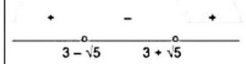
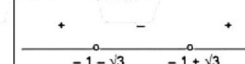
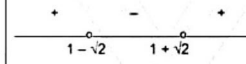
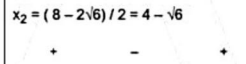
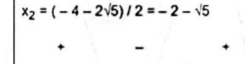
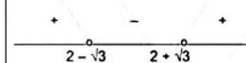
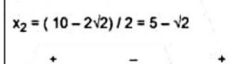
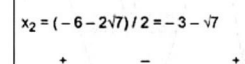
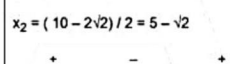
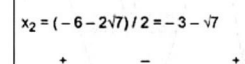


ЗАДАНИЕ 20. Своё задание находить по условию.

| | | | | | |
|---|---|--|--|--|---|
| <p>Задание 1. Сократите дробь $\frac{45^n}{3^{2n-1} \cdot 5^{n-2}}$.</p> <p>Решение: $\frac{45^n}{3^{2n-1} \cdot 5^{n-2}} = \frac{3^{2n} \cdot 5^n}{3^{2n-1} \cdot 5^{n-2}} = 3^{2n-(2n-1)} \cdot 5^{n-(n-2)} = 3^1 \cdot 5^2 = 3 \cdot 25 = 75$ ОТВЕТ: 75</p> | <p>Задание 5. Сократите дробь $\frac{48^n}{4^{2n-1} \cdot 3^{n-3}}$.</p> <p>Решение: $\frac{48^n}{4^{2n-1} \cdot 3^{n-3}} = \frac{4^{2n} \cdot 3^n}{4^{2n-1} \cdot 3^{n-3}} = 4^{2n-(2n-1)} \cdot 3^{n-(n-3)} = 4^1 \cdot 3^3 = 4 \cdot 27 = 108$ ОТВЕТ: 108</p> | <p>Задание 9. Сократите дробь $\frac{36^n}{3^{2n-1} \cdot 4^{n-2}}$.</p> <p>Решение: $\frac{36^n}{3^{2n-1} \cdot 4^{n-2}} = \frac{3^{2n} \cdot 4^n}{3^{2n-1} \cdot 4^{n-2}} = 3^{2n-(2n-1)} \cdot 4^{n-(n-2)} = 3^1 \cdot 4^2 = 3 \cdot 16 = 48$ ОТВЕТ: 48</p> | <p>Задание 14. Найдите значение выражения $41a - 11b + 15$, если $\frac{4a - 9b + 3}{9a - 4b + 3} = 5$.</p> <p>Решение: $4a - 9b + 3 = 5(9a - 4b + 3)$ $4a - 9b + 3 = 45a - 20b + 15$ $45a - 20b + 15 - 4a + 9b - 3 = 0$ $41a - 11b + 12 = 0$ $41a - 11b + 15 = (41a - 11b + 12) + 3 = 0 + 3 = 3$ ОТВЕТ: 3</p> | <p>Задание 19. Найдите значение выражения $41a - b + 45$, если $\frac{a - 6b + 5}{6a - b + 5} = 7$.</p> <p>Решение: $a - 6b + 5 = 7(6a - b + 5)$ $a - 6b + 5 = 42a - 7b + 35$ $42a - 7b + 35 - a + 6b - 5 = 0$ $41a - b + 30 = 0$ $41a - b + 45 = (41a - b + 30) + 15 = 0 + 15 = 15$ ОТВЕТ: 15</p> | <p>Задание 25. Решите уравнение $x^3 + 3x^2 = 4x + 12$.</p> <p>Решение: $x^3 + 3x^2 - 4x - 12 = 0$ $x^2(x + 3) - 4(x + 3) = 0$ $(x + 3)(x^2 - 4) = 0$ $x + 3 = 0; x = -3$ $x^2 - 4 = 0; x^2 = 4; x = 2; x = -2$ ОТВЕТ: -3; 2; -2</p> |
| <p>Задание 2. Сократите дробь $\frac{100^n}{5^{2n-1} \cdot 4^{n-2}}$.</p> <p>Решение: $\frac{100^n}{5^{2n-1} \cdot 4^{n-2}} = \frac{5^{2n} \cdot 4^n}{5^{2n-1} \cdot 4^{n-2}} = 5^{2n-(2n-1)} \cdot 4^{n-(n-2)} = 5^1 \cdot 4^2 = 5 \cdot 16 = 80$ ОТВЕТ: 80</p> | <p>Задание 6. Сократите дробь $\frac{80^n}{4^{2n-1} \cdot 5^{n-2}}$.</p> <p>Решение: $\frac{80^n}{4^{2n-1} \cdot 5^{n-2}} = \frac{4^{2n} \cdot 5^n}{4^{2n-1} \cdot 5^{n-2}} = 4^{2n-(2n-1)} \cdot 5^{n-(n-2)} = 4^1 \cdot 5^2 = 4 \cdot 25 = 100$ ОТВЕТ: 100</p> | <p>Задание 10. Сократите дробь $\frac{18^n}{3^{2n-1} \cdot 2^{n-2}}$.</p> <p>Решение: $\frac{18^n}{3^{2n-1} \cdot 2^{n-2}} = \frac{3^{2n} \cdot 2^n}{3^{2n-1} \cdot 2^{n-2}} = 3^{2n-(2n-1)} \cdot 2^{n-(n-2)} = 3^1 \cdot 2^2 = 3 \cdot 4 = 12$ ОТВЕТ: 12</p> | <p>Задание 15. Найдите значение выражения $19a - 7b + 12$, если $\frac{5a - 8b + 2}{8a - 5b + 2} = 3$.</p> <p>Решение: $5a - 8b + 2 = 3(8a - 5b + 2)$ $5a - 8b + 2 = 24a - 15b + 6$ $24a - 15b + 6 - 5a + 8b - 2 = 0$ $19a - 7b + 4 = 0$ $19a - 7b + 12 = (19a - 7b + 4) + 8 = 0 + 8 = 8$ ОТВЕТ: 8</p> | <p>Задание 20. Найдите значение выражения $11a - 7b + 21$, если $\frac{4a - 5b + 6}{5a - 4b + 6} = 3$.</p> <p>Решение: $4a - 5b + 6 = 3(5a - 4b + 6)$ $4a - 5b + 6 = 15a - 12b + 18$ $15a - 12b + 18 - 4a + 5b - 6 = 0$ $11a - 7b + 12 = 0$ $11a - 7b + 21 = (11a - 7b + 12) + 9 = 0 + 9 = 9$ ОТВЕТ: 9</p> | <p>Задание 26. Решите уравнение $x^3 + 2x^2 = 9x + 18$.</p> <p>Решение: $x^3 + 2x^2 - 9x - 18 = 0$ $x^2(x + 2) - 9(x + 2) = 0$ $(x + 2)(x^2 - 9) = 0$ $x + 2 = 0; x = -2$ $x^2 - 9 = 0; x^2 = 9; x = 3; x = -3$ ОТВЕТ: -2; 3; -3</p> |
| <p>Задание 3. Сократите дробь $\frac{20^n}{2^{2n-2} \cdot 5^{n-2}}$.</p> <p>Решение: $\frac{20^n}{2^{2n-2} \cdot 5^{n-2}} = \frac{2^{2n} \cdot 5^n}{2^{2n-2} \cdot 5^{n-2}} = 2^{2n-(2n-2)} \cdot 5^{n-(n-2)} = 2^2 \cdot 5^2 = 4 \cdot 25 = 100$ ОТВЕТ: 100</p> | <p>Задание 7. Сократите дробь $\frac{50^n}{2^{2n-1} \cdot 2^{n-1}}$.</p> <p>Решение: $\frac{50^n}{2^{2n-1} \cdot 2^{n-1}} = \frac{5^{2n} \cdot 2^n}{5^{2n-1} \cdot 2^{2n-2}} = 5^{2n-(2n-1)} \cdot 2^{n-(2n-2)} = 5^1 \cdot 2^2 = 5 \cdot 4 = 20$ ОТВЕТ: 20</p> | <p>Задание 11. Найдите значение выражения $61a - 11b + 50$, если $\frac{2a - 7b + 5}{7a - 2b + 5} = 9$.</p> <p>Решение: $2a - 7b + 5 = 9(7a - 2b + 5)$ $2a - 7b + 5 = 63a - 18b + 45$ $63a - 18b + 45 - 2a + 7b - 5 = 0$ $61a - 11b + 40 = 0$ $61a - 11b + 50 = (61a - 11b + 40) + 10 = 0 + 10 = 10$ ОТВЕТ: 10</p> | <p>Задание 16. Найдите значение выражения $25a - 5b + 22$, если $\frac{3a - 7b + 6}{7a - 3b + 6} = 4$.</p> <p>Решение: $3a - 7b + 6 = 4(7a - 3b + 6)$ $3a - 7b + 6 = 28a - 12b + 24$ $28a - 12b + 24 - 3a + 7b - 6 = 0$ $25a - 5b + 18 = 0$ $25a - 5b + 22 = (25a - 5b + 18) + 4 = 0 + 4 = 4$ ОТВЕТ: 4</p> | <p>Задание 21. Решите уравнение $x^3 + 3x^2 = 16x + 48$.</p> <p>Решение: $x^3 + 3x^2 - 16x - 48 = 0$ $x^2(x + 3) - 16(x + 3) = 0$ $(x + 3)(x^2 - 16) = 0$ $x + 3 = 0; x = -3$ $x^2 - 16 = 0; x^2 = 16; x = 4; x = -4$ ОТВЕТ: -3; 4; -4</p> | <p>Задание 27. Решите уравнение $x^3 + 7x^2 = 4x + 28$.</p> <p>Решение: $x^3 + 7x^2 - 4x - 28 = 0$ $x^2(x + 7) - 4(x + 7) = 0$ $(x + 7)(x^2 - 4) = 0$ $x + 7 = 0; x = -7$ $x^2 - 4 = 0; x^2 = 4; x = 2; x = -2$ ОТВЕТ: -7; 2; -2</p> |
| <p>Задание 4. Сократите дробь $\frac{75^n}{5^{2n-1} \cdot 3^{n-2}}$.</p> <p>Решение: $\frac{75^n}{5^{2n-1} \cdot 3^{n-2}} = \frac{5^{2n} \cdot 3^n}{5^{2n-1} \cdot 3^{n-2}} = 5^{2n-(2n-1)} \cdot 3^{n-(n-2)} = 5^1 \cdot 3^2 = 5 \cdot 9 = 45$ ОТВЕТ: 45</p> | <p>Задание 8. Сократите дробь $\frac{12^n}{2^{2n-3} \cdot 3^{n-1}}$.</p> <p>Решение: $\frac{12^n}{2^{2n-3} \cdot 3^{n-1}} = \frac{2^{2n} \cdot 3^n}{2^{2n-3} \cdot 3^{n-1}} = 2^{2n-(2n-3)} \cdot 3^{n-(n-1)} = 2^3 \cdot 3^1 = 8 \cdot 3 = 24$ ОТВЕТ: 24</p> | <p>Задание 12. Найдите значение выражения $39a - 15b + 25$, если $\frac{3a - 6b + 4}{6a - 3b + 4} = 7$.</p> <p>Решение: $3a - 6b + 4 = 7(6a - 3b + 4)$ $3a - 6b + 4 = 42a - 21b + 28$ $42a - 21b + 28 - 3a + 6b - 4 = 0$ $39a - 15b + 24 = 0$ $39a - 15b + 25 = (39a - 15b + 24) + 1 = 0 + 1 = 1$ ОТВЕТ: 1</p> | <p>Задание 17. Найдите значение выражения $28a - 7b + 40$, если $\frac{2a - 5b + 7}{5a - 2b + 7} = 6$.</p> <p>Решение: $2a - 5b + 7 = 6(5a - 2b + 7)$ $2a - 5b + 7 = 30a - 12b + 42$ $30a - 12b + 42 - 2a + 5b - 7 = 0$ $28a - 7b + 35 = 0$ $28a - 7b + 40 = (28a - 7b + 35) + 5 = 0 + 5 = 5$ ОТВЕТ: 5</p> | <p>Задание 22. Решите уравнение $x^3 + 4x^2 = 4x + 16$.</p> <p>Решение: $x^3 + 4x^2 - 4x - 16 = 0$ $x^2(x + 4) - 4(x + 4) = 0$ $(x + 4)(x^2 - 4) = 0$ $x + 4 = 0; x = -4$ $x^2 - 4 = 0; x^2 = 4; x = 2; x = -2$ ОТВЕТ: -4; 2; -2</p> | <p>Задание 28. Решите уравнение $x^3 + 4x^2 = 9x + 36$.</p> <p>Решение: $x^3 + 4x^2 - 9x - 36 = 0$ $x^2(x + 4) - 9(x + 4) = 0$ $(x + 4)(x^2 - 9) = 0$ $x + 4 = 0; x = -4$ $x^2 - 9 = 0; x^2 = 9; x = 3; x = -3$ ОТВЕТ: -4; 3; -3</p> |
| | | <p>Задание 13. Найдите значение выражения $31a - 4b + 55$, если $\frac{a - 4b + 7}{4a - b + 7} = 8$.</p> <p>Решение: $a - 4b + 7 = 8(4a - b + 7)$ $a - 4b + 7 = 32a - 8b + 56$ $32a - 8b + 56 - a + 4b - 7 = 0$ $31a - 4b + 49 = 0$ $31a - 4b + 55 = (31a - 4b + 49) + 6 = 0 + 6 = 6$ ОТВЕТ: 6</p> | <p>Задание 18. Найдите значение выражения $33a - 23b + 71$, если $\frac{3a - 4b + 8}{4a - 3b + 8} = 9$.</p> <p>Решение: $3a - 4b + 8 = 9(4a - 3b + 8)$ $3a - 4b + 8 = 36a - 27b + 72$ $36a - 27b + 72 - 3a + 4b - 8 = 0$ $33a - 23b + 64 = 0$ $33a - 23b + 71 = (33a - 23b + 64) + 7 = 0 + 7 = 7$ ОТВЕТ: 7</p> | <p>Задание 23. Решите уравнение $x^3 + 6x^2 = 4x + 24$.</p> <p>Решение: $x^3 + 6x^2 - 4x - 24 = 0$ $x^2(x + 6) - 4(x + 6) = 0$ $(x + 6)(x^2 - 4) = 0$ $x + 6 = 0; x = -6$ $x^2 - 4 = 0; x^2 = 4; x = 2; x = -2$ ОТВЕТ: -6; 2; -2</p> | <p>Задание 29. Решите уравнение $x^3 + 5x^2 = 4x + 20$.</p> <p>Решение: $x^3 + 5x^2 - 4x - 20 = 0$ $x^2(x + 5) - 4(x + 5) = 0$ $(x + 5)(x^2 - 4) = 0$ $x + 5 = 0; x = -5$ $x^2 - 4 = 0; x^2 = 4; x = 2; x = -2$ ОТВЕТ: -5; 2; -2</p> |

| | | | | |
|--|--|--|---|---|
| <p>Задание 31. Решите уравнение $x^3 + 3x^2 - x - 3 = 0$. Решение: $x^3 + 3x^2 - x - 3 = 0$ $x^2(x+3) - 1(x+3) = 0$ $(x+3)(x^2 - 1) = 0$ $x+3=0; x=-3$ $x^2 - 1 = 0; x^2 = 1; x = 1; x = -1$ ОТВЕТ: -3; 1; -1</p> <p>Задание 32. Решите уравнение $x^3 + 4x^2 - 4x - 16 = 0$. Решение: $x^3 + 4x^2 - 4x - 16 = 0$ $x^2(x+4) - 4(x+4) = 0$ $(x+4)(x^2 - 4) = 0$ $x+4=0; x=-4$ $x^2 - 4 = 0; x^2 = 4; x = 2; x = -2$ ОТВЕТ: -4; 2; -2</p> <p>Задание 33. Решите уравнение $x^3 + 5x^2 - x - 5 = 0$. Решение: $x^3 + 5x^2 - x - 5 = 0$ $x^2(x+5) - 1(x+5) = 0$ $(x+5)(x^2 - 1) = 0$ $x+5=0; x=-5$ $x^2 - 1 = 0; x^2 = 1; x = 1; x = -1$ ОТВЕТ: -5; 1; -1</p> <p>Задание 34. Решите уравнение $x^3 + 2x^2 - x - 2 = 0$. Решение: $x^3 + 2x^2 - x - 2 = 0$ $x^2(x+2) - 1(x+2) = 0$ $(x+2)(x^2 - 1) = 0$ $x+2=0; x=-2$ $x^2 - 1 = 0; x^2 = 1; x = 1; x = -1$ ОТВЕТ: -2; 1; -1</p> <p>Задание 35. Решите уравнение $x^3 + 3x^2 - 4x - 12 = 0$. Решение: $x^3 + 3x^2 - 4x - 12 = 0$ $x^2(x+3) - 4(x+3) = 0$ $(x^2 - 4)(x+3) = 0$ $x^2 - 4 = 0; x^2 = 4; x = 2; x = -2$ $x+3=0; x=-3$ ОТВЕТ: -3; -2; 2</p> <p>Задание 36. Решите уравнение $x^3 + 2x^2 - 9x - 18 = 0$. Решение: $x^3 + 2x^2 - 9x - 18 = 0$ $x^2(x+2) - 9(x+2) = 0$ $(x+2)(x^2 - 9) = 0$ $x+2=0; x=-2$ $x^2 - 9 = 0; x^2 = 9; x = 3; x = -3$ ОТВЕТ: -2; 3; -3</p> <p>Задание 37. Решите уравнение $x^3 + 4x^2 - x - 4 = 0$. Решение: $x^3 + 4x^2 - x - 4 = 0$ $x^2(x+4) - 1(x+4) = 0$ $(x+4)(x^2 - 1) = 0$ $x+4=0; x=-4$ $x^2 - 1 = 0; x^2 = 1; x = 1; x = -1$ ОТВЕТ: -4; 1; -1</p> | <p>Задание 38. Решите уравнение $x^3 + 4x^2 - 9x - 36 = 0$. Решение: $x^3 + 4x^2 - 9x - 36 = 0$ $x^2(x+4) - 9(x+4) = 0$ $(x+4)(x^2 - 9) = 0$ $x+4=0; x=-4$ $x^2 - 9 = 0; x^2 = 9; x = 3; x = -3$ ОТВЕТ: -4; 3; -3</p> <p>Задание 39. Решите уравнение $x^3 + 5x^2 - 4x - 20 = 0$. Решение: $x^3 + 5x^2 - 4x - 20 = 0$ $x^2(x+5) - 4(x+5) = 0$ $(x+5)(x^2 - 4) = 0$ $x+5=0; x=-5$ $x^2 - 4 = 0; x^2 = 4; x = 2; x = -2$ ОТВЕТ: -5; 2; -2</p> <p>Задание 40. Решите уравнение $x^3 + 5x^2 - 9x - 45 = 0$. Решение: $x^3 + 5x^2 - 9x - 45 = 0$ $x^2(x+5) - 9(x+5) = 0$ $(x+5)(x^2 - 9) = 0$ $x+5=0; x=-5$ $x^2 - 9 = 0; x^2 = 9; x = 3; x = -3$ ОТВЕТ: -5; 3; -3</p> <p>Задание 41. Решите уравнение $x^3 - 6x + \sqrt{6-x} = \sqrt{6-x} + 7$. Решение: ОДЗ: $6-x \geq 0; x \leq 6$ $x^3 - 6x + \sqrt{6-x} = \sqrt{6-x} + 7$ $x^3 - 6x + \sqrt{6-x} - \sqrt{6-x} - 7 = 0$ $x^3 - 6x - 7 = 0$ $D = (-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-7) = 64$ $x_1 = 6 + 8/2 = 7$ (не подходит по ОДЗ) $x_2 = 6 - 8/2 = -1$ ОТВЕТ: -1</p> <p>Задание 42. Решите уравнение $x^3 - 2x + \sqrt{2-x} = \sqrt{2-x} + 3$. Решение: ОДЗ: $2-x \geq 0; x \leq 2$ $x^3 - 2x + \sqrt{2-x} = \sqrt{2-x} + 3$ $x^3 - 2x + \sqrt{2-x} - \sqrt{2-x} - 3 = 0$ $x^3 - 2x - 3 = 0$ $D = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-3) = 16$ $x_1 = 2 + 4/2 = 3$ (не подходит по ОДЗ) $x_2 = 2 - 4/2 = -1$ ОТВЕТ: -1</p> <p>Задание 43. Решите уравнение $x^3 - 2x + \sqrt{3-x} = \sqrt{3-x} + 8$. Решение: ОДЗ: $3-x \geq 0; x \leq 3$ $x^3 - 2x + \sqrt{3-x} = \sqrt{3-x} + 8$ $x^3 - 2x + \sqrt{3-x} - \sqrt{3-x} - 8 = 0$ $x^3 - 2x - 8 = 0$ $D = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-8) = 36$ $x_1 = 2 + 6/2 = 4$ (не подходит по ОДЗ) $x_2 = 2 - 6/2 = -2$ ОТВЕТ: -2</p> | <p>Задание 44. Решите уравнение $x^3 - 3x + \sqrt{3-x} = \sqrt{3-x} + 10$. Решение: ОДЗ: $3-x \geq 0; x \leq 3$ $x^3 - 3x + \sqrt{3-x} = \sqrt{3-x} + 10$ $x^3 - 3x + \sqrt{3-x} - \sqrt{3-x} - 10 = 0$ $x^3 - 3x - 10 = 0$ $D = (-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-10) = 49$ $x_1 = 3 + 7/2 = 5$ (не подходит по ОДЗ) $x_2 = 3 - 7/2 = -2$ ОТВЕТ: -2</p> <p>Задание 45. Решите уравнение $x^3 - 3x + \sqrt{5-x} = \sqrt{5-x} + 18$. Решение: ОДЗ: $5-x \geq 0; x \leq 5$ $x^3 - 3x + \sqrt{5-x} = \sqrt{5-x} + 18$ $x^3 - 3x + \sqrt{5-x} - \sqrt{5-x} - 18 = 0$ $x^3 - 3x - 18 = 0$ $D = (-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-18) = 81$ $x_1 = 3 + 9/2 = 6$ (не подходит по ОДЗ) $x_2 = 3 - 9/2 = -3$ ОТВЕТ: -3</p> <p>Задание 46. Решите уравнение $x^3 - 2x + \sqrt{4-x} = \sqrt{4-x} + 15$. Решение: ОДЗ: $4-x \geq 0; x \leq 4$ $x^3 - 2x + \sqrt{4-x} = \sqrt{4-x} + 15$ $x^3 - 2x + \sqrt{4-x} - \sqrt{4-x} - 15 = 0$ $x^3 - 2x - 15 = 0$ $D = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-15) = 64$ $x_1 = 2 + 8/2 = 5$ (не подходит по ОДЗ) $x_2 = 2 - 8/2 = -3$ ОТВЕТ: -3</p> <p>Задание 47. Решите уравнение $x^3 - 3x + \sqrt{6-x} = \sqrt{6-x} + 28$. Решение: ОДЗ: $6-x \geq 0; x \leq 6$ $x^3 - 3x + \sqrt{6-x} = \sqrt{6-x} + 28$ $x^3 - 3x + \sqrt{6-x} - \sqrt{6-x} - 28 = 0$ $x^3 - 3x - 28 = 0$ $D = (-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-28) = 121$ $x_1 = 3 + 11/2 = 7$ (не подходит по ОДЗ) $x_2 = 3 - 11/2 = -4$ ОТВЕТ: -4</p> <p>Задание 48. Решите уравнение $x^3 - 2x + \sqrt{5-x} = \sqrt{5-x} + 24$. Решение: ОДЗ: $5-x \geq 0; x \leq 5$ $x^3 - 2x + \sqrt{5-x} = \sqrt{5-x} + 24$ $x^3 - 2x + \sqrt{5-x} - \sqrt{5-x} - 24 = 0$ $x^3 - 2x - 24 = 0$ $D = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-24) = 100$ $x_1 = 2 + 10/2 = 6$ (не подходит по ОДЗ) $x_2 = 2 - 10/2 = -4$ ОТВЕТ: -4</p> <p>Задание 49. Решите уравнение $x^3 - 2x + \sqrt{6-x} = \sqrt{6-x} + 35$. Решение: ОДЗ: $6-x \geq 0; x \leq 6$ $x^3 - 2x + \sqrt{6-x} = \sqrt{6-x} + 35$ $x^3 - 2x + \sqrt{6-x} - \sqrt{6-x} - 35 = 0$ $x^3 - 2x - 35 = 0$ $D = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-35) = 144$ $x_1 = 2 + 12/2 = 7$ (не подходит по ОДЗ) $x_2 = 2 - 12/2 = -5$ ОТВЕТ: -5</p> | <p>Задание 50. Решите уравнение $x^3 - 3x + \sqrt{6-x} = \sqrt{6-x} + 40$. Решение: ОДЗ: $6-x \geq 0; x \leq 6$ $x^3 - 3x + \sqrt{6-x} = \sqrt{6-x} + 40$ $x^3 - 3x + \sqrt{6-x} - \sqrt{6-x} - 40 = 0$ $x^3 - 3x - 40 = 0$ $D = (-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-40) = 169$ $x_1 = 3 + 13/2 = 8$ (не подходит по ОДЗ) $x_2 = 3 - 13/2 = -5$ ОТВЕТ: -5</p> <p>Задание 51. Решите уравнение $(x^2 - 25)^2 + (x^3 + 3x - 10)^2 = 0$. Решение: Разложим квадратный многочлен $x^2 + 3x - 10$ на множители $a(x-x_1)(x-x_2)$ $D = 3^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-10) = 49$ $x_1 = \frac{-3 + \sqrt{49}}{2} = -5$ $x_2 = \frac{-3 - \sqrt{49}}{2} = 2$ $x^2 + 3x - 10 = (x+5)(x-2)$ <i>Получаем</i> $(x+5)^2(x-5)^2 + (x+5)^2(x-2)^2 = 0$ $(x+5)^2((x-5)^2 + (x-2)^2) = 0$ 1) $(x+5)^2 = 0$ $x^2 - 10x + 25 + x^2 - 4x + 4 = 0$ $2x^2 - 14x + 29 = 0$ $D = 14^2 - 4 \cdot 2 \cdot 29 = -36$ - корней нет 2) $(x+5)^2 = 0 - x = -5$ <i>Ответ:</i> -5</p> <p>Задание 52. Решите уравнение $(x^2 - 16)^2 + (x^3 + x - 12)^2 = 0$. Решение: Любое число в квадрате всегда больше 0, следовательно, уравнение будет равно 0, если оба слагаемых равны 0. Это условие можно записать в виде следующей системы: $\begin{cases} x^2 - 16 = 0 \\ x^3 + x - 12 = 0 \end{cases}$ Из первого уравнения получаем два корня: $x^2 = 16$ $x = \pm 4$ Из второго уравнения, имеем корни: $D = b^2 - 4ac = 1 + 48 = 49$ $\sqrt{D} = 7$ $x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = \frac{-1 + 7}{2} = 3$ $x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = \frac{-1 - 7}{2} = -4$ Общий корень, при котором оба уравнения переходят в 0, равен -4. ОТВЕТ: -4</p> | <p>Задание 53. Решите уравнение $(x^2 - 9)^2 + (x^2 - 2x - 15)^2 = 0$. Решение: Любое число в квадрате всегда больше 0, следовательно, уравнение будет равно 0, если оба слагаемых равны 0. Это условие можно записать в виде следующей системы: $\begin{cases} x^2 - 9 = 0 \\ x^2 - 2x - 15 = 0 \end{cases}$ Из первого уравнения получаем два корня: $x^2 = 9$ $x = \pm 3$ Из второго уравнения, имеем корни: $D = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-15) = 64$ $x_1 = 2 + 8/2 = 5$ $x_2 = 2 - 8/2 = -3$ Общий корень, при котором оба уравнения переходят в 0, равен -3. ОТВЕТ: -3</p> <p>Задание 54. Решите уравнение $(x^2 - 4)^2 + (x^2 - 6x - 16)^2 = 0$. Решение: Любое число в квадрате всегда больше 0, следовательно, уравнение будет равно 0, если оба слагаемых равны 0. Это условие можно записать в виде следующей системы: $\begin{cases} x^2 - 4 = 0 \\ x^2 - 6x - 16 = 0 \end{cases}$ Из первого уравнения получаем два корня: $x^2 = 4$ $x = \pm 2$ Из второго уравнения, имеем корни: $D = (-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-16) = 100$ $x_1 = 6 + 10/2 = 8$ $x_2 = 6 - 10/2 = -2$ Общий корень, при котором оба уравнения переходят в 0, равен -2. ОТВЕТ: -2</p> <p>Задание 55. Решите уравнение $(x^2 - 1)^2 + (x^2 - 6x - 7)^2 = 0$. Решение: Любое число в квадрате всегда больше 0, следовательно, уравнение будет равно 0, если оба слагаемых равны 0. Это условие можно записать в виде следующей системы: $\begin{cases} x^2 - 1 = 0 \\ x^2 - 6x - 7 = 0 \end{cases}$ Из первого уравнения получаем два корня: $x^2 = 1$ $x = \pm 1$ Из второго уравнения, имеем корни: $D = (-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-7) = 64$ $x_1 = 6 + 8/2 = 7$ $x_2 = 6 - 8/2 = -1$ Общий корень, при котором оба уравнения переходят в 0, равен -1. ОТВЕТ: -1</p> <p>Задание 56. Решите уравнение $(x^2 - 36)^2 + (x^2 + 4x - 12)^2 = 0$. Решение: Любое число в квадрате всегда больше 0, следовательно, уравнение будет равно 0, если оба слагаемых равны 0. Это условие можно записать в виде следующей системы: $\begin{cases} x^2 - 36 = 0 \\ x^2 + 4x - 12 = 0 \end{cases}$ Из первого уравнения получаем два корня: $x^2 = 36$ $x = \pm 6$ Из второго уравнения, имеем корни: $D = 4^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-12) = 64$ $x_1 = -4 + 8/2 = 2$ $x_2 = -4 - 8/2 = -6$ Общий корень, при котором оба уравнения переходят в 0, равен -6. ОТВЕТ: -6</p> |
|--|--|--|---|---|

| | | | | |
|--|---|---|--|--|
| <p>Задание 57. Решите уравнение $(x^2 - 49)^2 + (x^2 + 4x - 21)^2 = 0$. Решение: Любое число в квадрате всегда больше 0, следовательно, уравнение будет равно 0, если оба слагаемых равны 0. Это условие можно записать в виде следующей системы: $\begin{cases} x^2 - 49 = 0 \\ x^2 + 4x - 21 = 0 \end{cases}$Из первого уравнения получаем два корня: $x^2 = 49$ $x = \pm 7$ Из второго уравнения, имеем корни: $D = (4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-21) = 100$ $x_1 = -4 + 10/2 = 3$ $x_2 = -4 - 10/2 = -7$ Общий корень, при котором оба уравнения переходят в 0, равен -7. ОТВЕТ: -7</p> <p>Задание 58. Решите уравнение $(x^2 - 4)^2 + (x^2 - 3x - 10)^2 = 0$. Решение: Любое число в квадрате всегда больше 0, следовательно, уравнение будет равно 0, если оба слагаемых равны 0. Это условие можно записать в виде следующей системы: $\begin{cases} x^2 - 4 = 0 \\ x^2 - 3x - 10 = 0 \end{cases}$Из первого уравнения получаем два корня: $x^2 = 4$ $x = \pm 2$ Из второго уравнения, имеем корни: $D = (-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-10) = 49$ $x_1 = 3 + 7/2 = 5$ $x_2 = 3 - 7/2 = -2$ Общий корень, при котором оба уравнения переходят в 0, равен -2. ОТВЕТ: -2</p> <p>Задание 59. Решите уравнение $(x^2 - 9)^2 + (x^2 + x - 6)^2 = 0$. Решение: Любое число в квадрате всегда больше 0, следовательно, уравнение будет равно 0, если оба слагаемых равны 0. Это условие можно записать в виде следующей системы: $\begin{cases} x^2 - 9 = 0 \\ x^2 + x - 6 = 0 \end{cases}$Из первого уравнения получаем два корня: $x^2 = 9$ $x = \pm 3$ Из второго уравнения, имеем корни: $D = (1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-6) = 25$ $x_1 = -1 + 5/2 = 2$ $x_2 = -1 - 5/2 = -3$ Общий корень, при котором оба уравнения переходят в 0, равен -3. ОТВЕТ: -3</p> <p>Задание 60. Решите уравнение $(x^2 - 25)^2 + (x^2 + 2x - 15)^2 = 0$. Решение: Любое число в квадрате всегда больше 0, следовательно, уравнение будет равно 0, если оба слагаемых равны 0. Это условие можно записать в виде следующей системы: $\begin{cases} x^2 - 25 = 0 \\ x^2 + 2x - 15 = 0 \end{cases}$Из первого уравнения получаем два корня: $x^2 = 25$ $x = \pm 5$ Из второго уравнения, имеем корни: $D = (2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-15) = 64$ $x_1 = -2 + 8/2 = 3$ $x_2 = -2 - 8/2 = -5$ Общий корень, при котором оба уравнения переходят в 0, равен -5. ОТВЕТ: -5</p> | <p>Задание 61. Решите уравнение $\frac{1}{x^2} + \frac{2}{x} - 3 = 0$. Решение: $1/x^2 + 2/x - 3 = 0$ $1 + 2x - 3x^2 = 0$ $3x^2 - 2x - 1 = 0$ $D = 2^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-1) = 4 + 12 = 16 = 4^2$ $x_1 = (2 + 4) / 6 = 6 / 6 = 1$ $x_2 = (2 - 4) / 6 = -2 / 6 = -1/3$ ОТВЕТ: 1; -1/3</p> <p>Задание 62. Решите уравнение $\frac{1}{(x-1)^2} + \frac{2}{x-1} - 3 = 0$. Решение: $1/(x-1)^2 + 2/(x-1) - 3 = 0$ $1 + 2(x-1) - 3(x-1)^2 = 0$ $1 + 2x - 2 - 3(x^2 - 2x + 1) = 0$ $2x - 1 - 3x^2 + 6x - 3 = 0$ $-3x^2 + 8x - 4 = 0$ $3x^2 - 8x + 4 = 0$ $D = (-8)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 4 = 64 - 48 = 16 = 4^2$ $x_1 = (8 - 4) / 6 = 4 / 6 = 2/3$ $x_2 = (8 + 4) / 6 = 12 / 6 = 2$ ОТВЕТ: 2/3; 2</p> <p>Задание 63. Решите уравнение $\frac{1}{x^2} - \frac{1}{x} - 6 = 0$. Решение: $1/x^2 - 1/x - 6 = 0$ $1 - x - 6x^2 = 0$ $6x^2 + 1x - 1 = 0$ $D = 1^2 - 4 \cdot 6 \cdot (-1) = 1 + 24 = 25 = 5^2$ $x_1 = (-1 + 5) / 12 = 4 / 12 = 1/3$ $x_2 = (-1 - 5) / 12 = -6 / 12 = -1/2$ ОТВЕТ: 1/3; -1/2</p> <p>Задание 64. Решите уравнение $\frac{1}{x^2} + \frac{3}{x} - 10 = 0$. Решение: $1/x^2 + 3/x - 10 = 0$ $1 + 3x - 10x^2 = 0$ $10x^2 - 3x - 1 = 0$ $D = 3^2 - 4 \cdot 10 \cdot (-1) = 9 + 40 = 49 = 7^2$ $x_1 = (3 + 7) / 20 = 10 / 20 = 1/2$ $x_2 = (3 - 7) / 20 = -4 / 20 = -1/5$ ОТВЕТ: 1/2; -1/5</p> | <p>Задание 65. Решите уравнение $\frac{1}{(x-2)^2} - \frac{1}{x-2} - 6 = 0$. Решение: $1/(x-2)^2 - 1/(x-2) - 6 = 0$ $1 - 1(x-2) - 6(x-2)^2 = 0$ $1 - x + 2 - 6(x^2 - 4x + 4) = 0$ $-x + 3 - 6x^2 + 24x - 24 = 0$ $-6x^2 + 23x - 21 = 0$ $6x^2 - 23x + 21 = 0$ $D = (-23)^2 - 4 \cdot 6 \cdot 21 = 529 - 504 = 25 = 5^2$ $x_1 = (23 - 5) / 12 = 18 / 12 = 1.5$ $x_2 = (23 + 5) / 12 = 28 / 12 = 7/3$ ОТВЕТ: 1,5; 7/3</p> <p>Задание 66. Решите уравнение $\frac{1}{(x-1)^2} + \frac{3}{x-1} - 10 = 0$. Решение: $1/(x-1)^2 + 3/(x-1) - 10 = 0$ $1 + 3(x-1) - 10(x-1)^2 = 0$ $1 + 3x - 3 - 10(x^2 - 2x + 1) = 0$ $3x - 2 - 10x^2 + 20x - 10 = 0$ $-10x^2 + 23x - 12 = 0$ $10x^2 - 23x + 12 = 0$ $D = (-23)^2 - 4 \cdot 10 \cdot 12 = 529 - 480 = 49 = 7^2$ $x_1 = (23 - 7) / 20 = 16 / 20 = 0.8$ $x_2 = (23 + 7) / 20 = 30 / 20 = 1.5$ ОТВЕТ: 0,8; 1,5</p> <p>Задание 67. Решите уравнение $\frac{1}{x^2} - \frac{3}{x} - 4 = 0$. Решение: $1/x^2 - 3/x - 4 = 0$ $1 - 3x - 4x^2 = 0$ $4x^2 + 3x - 1 = 0$ $D = 3^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-1) = 9 + 16 = 25 = 5^2$ $x_1 = (-3 + 5) / 8 = 2 / 8 = 0.25$ $x_2 = (-3 - 5) / 8 = -8 / 8 = -1$ ОТВЕТ: 0,25; -1</p> <p>Задание 68. Решите уравнение $\frac{1}{x^2} + \frac{4}{x} - 12 = 0$. Решение: $1/x^2 + 4/x - 12 = 0$ $1 + 4x - 12x^2 = 0$ $12x^2 - 4x - 1 = 0$ $D = 4^2 - 4 \cdot 12 \cdot (-1) = 16 + 48 = 64 = 8^2$ $x_1 = (4 + 8) / 24 = 12 / 24 = 0.5$ $x_2 = (4 - 8) / 24 = -4 / 24 = -1/6$ ОТВЕТ: -1/6; 0,5</p> | <p>Задание 69. Решите уравнение $\frac{1}{(x-3)^2} - \frac{3}{x-3} - 4 = 0$. Решение: $1/(x-3)^2 - 3/(x-3) - 4 = 0$ $1 - 3(x-3) - 4(x-3)^2 = 0$ $1 - 3x + 9 - 4(x^2 - 6x + 9) = 0$ $-3x + 10 - 4x^2 + 24x - 36 = 0$ $-4x^2 + 21x - 26 = 0$ $4x^2 - 21x + 26 = 0$ $D = (-21)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 26 = 441 - 416 = 25 = 5^2$ $x_1 = (21 - 5) / 8 = 16 / 8 = 2$ $x_2 = (21 + 5) / 8 = 26 / 8 = 13/4 = 3.25$ ОТВЕТ: 2; 3,25</p> <p>Задание 70. Решите уравнение $\frac{1}{(x-1)^2} + \frac{4}{x-1} - 12 = 0$. Решение: $1/(x-1)^2 + 4/(x-1) - 12 = 0$ $1 + 4(x-1) - 12(x-1)^2 = 0$ $1 + 4x - 4 - 12(x^2 - 2x + 1) = 0$ $4x - 3 - 12x^2 + 24x - 12 = 0$ $-12x^2 + 28x - 15 = 0$ $12x^2 - 28x + 15 = 0$ $D = (-28)^2 - 4 \cdot 12 \cdot 15 = 784 - 720 = 64 = 8^2$ $x_1 = (28 - 8) / 24 = 20 / 24 = 5/6$ $x_2 = (28 + 8) / 24 = 36 / 24 = 3/2$ ОТВЕТ: 5/6; 3/2</p> <p>Задание 71. Решите уравнение $x(x^2 + 2x + 1) = 2(x + 1)$. Решение: $x(x^2 + 2x + 1) = 2(x + 1)$ $x^3 + 2x^2 + x - 2x - 2 = 0$ $x^3 + 2x^2 - x - 2 = 0$ $x^2(x + 2) - (x + 2) = 0$ $(x + 2)(x^2 - 1) = 0$ $x + 2 = 0; x = -2$ $x^2 - 1 = 0; x^2 = 1; x = 1; x = -1$ ОТВЕТ: -2; -1; 1</p> <p>Задание 72. Решите уравнение $(x-1)(x^2 + 4x + 4) = 4(x+2)$. Решение: $(x-1)(x^2 + 4x + 4) = 4(x+2)$ $x^3 + 4x^2 + 4x - x^2 - 4x - 4 = 4x + 8$ $x^3 + 3x^2 - 4x - 4 = 8$ $x^3 + 3x^2 - 4x - 4 = 8$ $x^3 + 3x^2 - 4x - 4 - 8 = 0$ $x^3 + 3x^2 - 4x - 12 = 0$ $x^2(x + 3) - 4(x + 3) = 0$ $(x + 3)(x^2 - 4) = 0$ $x + 3 = 0; x = -3$ $x^2 - 4 = 0; x^2 = 4; x = 2; x = -2$ ОТВЕТ: -3; -2; 2</p> <p>t.me/otvets1</p> | <p>Задание 73. Решите уравнение $x(x^2 + 6x + 9) = 4(x + 3)$. Решение: $x^3 + 6x^2 + 9x = 4x + 12$ $x^3 + 6x^2 + 9x - 4x - 12 = 0$ $x^3 - x^2 + 7x^2 + 5x - 12 = 0$ $x^3 - x^2 + 7x^2 - 7x + 12x - 12 = 0$ $x^2(x-1) + 7x(x-1) + 12(x-1) = 0$ $(x-1)(x^2 + 7x + 12) = 0$ $(x-1)(x^2 + 4x + 3x + 12) = 0$ $(x-1)(x(x+4) + 3(x+4)) = 0$ $(x-1)(x+4)(x+3) = 0$ $x-1=0; x=1$ $x+4=0; x=-4$ $x+3=0; x=-3$ ОТВЕТ: -4; -3; 1</p> <p>Задание 74. Решите уравнение $(x-1)(x^2 + 8x + 16) = 6(x+4)$. Решение: $x^3 + 8x^2 + 16x - x^2 - 8x - 16 = 6x + 24$ $x^3 + 7x^2 + 8x - 16 = 6x + 24$ $x^3 + 7x^2 + 8x - 16 - 6x - 24 = 0$ $x^3 - 2x^2 + 9x^2 + 2x - 40 = 0$ $x^3 - 2x^2 + 9x^2 - 18x + 20x - 40 = 0$ $x^2(x-2) + 9x(x-2) + 20(x-2) = 0$ $(x-2)(x^2 + 9x + 20) = 0$ $(x-2)(x^2 + 5x + 4x + 20) = 0$ $(x-2)(x(x+5) + 4(x+5)) = 0$ $(x-2)(x+5)(x+4) = 0$ $x-2=0; x=2$ $x+5=0; x=-5$ $x+4=0; x=-4$ ОТВЕТ: -5; -4; 2</p> <p>Задание 75. Решите уравнение $x(x^2 + 2x + 1) = 6(x + 1)$. Решение: $x(x^2 + 2x + 1) = 6(x + 1)$ $x^3 + 2x^2 + x - 6x - 6 = 0$ $x^3 + 2x^2 - 5x - 6 = 0$ $x^3 + x^2 + x^2 - 5x - 6 = 0$ $x^3 + x^2 + x^2 - 5x - 6 = 0$ $x^2(x + 1) + x(x + 1) - 6(x + 1) = 0$ $(x + 1)(x^2 + x - 6) = 0$ $(x + 1)(x^2 + 3x - 2x - 6) = 0$ $(x + 1)(x(x + 3) - 2(x + 3)) = 0$ $(x + 1)(x + 3)(x - 2) = 0$ $x + 1 = 0; x = -1$ $x + 3 = 0; x = -3$ $x - 2 = 0; x = 2$ ОТВЕТ: -3; -1; 2</p> <p>Задание 76. Решите уравнение $(x-1)(x^2 + 6x + 9) = 5(x + 3)$. Решение: $(x-1)(x^2 + 6x + 9) = 5(x + 3)$ $(x-1)(x+3)^2 - 5(x+3) = 0$ $(x-1)(x+3)^2 - 5(x+3) = 0$ $(x+3)((x-1)(x+3) - 5) = 0$ $(x+3)(x^2 - x + 3x - 3 - 5) = 0$ $(x+3)(x^2 + 2x - 8) = 0$ $x+3=0; x=-3$ $x^2 + 2x - 8 = 0$ $D = 2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-8) = 4 + 32 = 36 = 6^2$ $x_1 = (-2 + 6) / 2 = 4 / 2 = 2$ $x_2 = (-2 - 6) / 2 = -8 / 2 = -4$ ОТВЕТ: -3; 2; -4</p> |
|--|---|---|--|--|

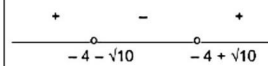
| | | | | | |
|---|---|---|---|--|--|
| <p>Задание 77. Решите уравнение $(x-2)(x^2+8x+16)=7(x+4)$. Решение: $(x-2)(x^2+8x+16)=7(x+4)$ $(x-2)(x^2+8x+16)-7(x+4)=0$ $(x-2)(x+4)^2-7(x+4)=0$ $(x+4)((x-2)(x+4)-7)=0$ $(x+4)(x^2-2x+4x-8-7)=0$ $(x+4)(x^2+2x-15)=0$ $x+4=0; x=-4$ $x^2+2x-15=0$ $D=2^2-4\cdot1\cdot(-15)=4+60=64=8^2$ $x_1=(-2+8)/2=6/2=3;$ $x_2=(-2-8)/2=-10/2=-5$ ОТВЕТ: -4; 3; -5</p> | <p>Задание 80. Решите уравнение $(x-2)(x^2+6x+9)=6(x+3)$. Решение: $(x-2)(x^2+6x+9)=6(x+3)$ $(x-2)(x^2+6x+9)-6(x+3)=0$ $(x-2)(x+3)^2-6(x+3)=0$ $(x+3)((x-2)(x+3)-6)=0$ $(x+3)(x^2-2x+3x-6-6)=0$ $(x+3)(x^2+x-12)=0$ $x+3=0; x=-3$ $x^2+x-12=0$ $D=1^2-4\cdot1\cdot(-12)=1+48=49=7^2$ $x_1=(-1+7)/2=6/2=3;$ $x_2=(-1-7)/2=-8/2=-4$ ОТВЕТ: -3; 3; -4</p> | <p>Задание 85. Решите уравнение $(x-2)^4-(x-2)^2-6=0$. Решение: $(x-2)^4-(x-2)^2-6=0$ Пусть $(x-2)^2=t, t>0$ $t^2-t-6=0$ $D=(-1)^2-4\cdot1\cdot(-6)=25=5^2$ $t_1=(1+5)/2=6/2=3$ $t_2=(1-5)/2=-4/2=-2$ не уд. условию $(x-2)^2=3$ $x-2=\sqrt{3}; x=\sqrt{3}+2$ $x-2=-\sqrt{3}; x=-\sqrt{3}+2$ ОТВЕТ: $\sqrt{3}+2; -\sqrt{3}+2$</p> | <p>Задание 90. Решите уравнение $(x-2)^4+3(x-2)^2-10=0$. Решение: $(x-2)^4+3(x-2)^2-10=0$ Пусть $(x-2)^2=t, t>0$ $t^2+3t-10=0$ $D=(3)^2-4\cdot1\cdot(-10)=49=7^2$ $t_1=(-3+7)/2=4/2=2$ $t_2=(-3-7)/2=-10/2=-5$ не уд. условию $(x-2)^2=2$ $x-2=\sqrt{2}; x=\sqrt{2}+2$ $x-2=-\sqrt{2}; x=-\sqrt{2}+2$ ОТВЕТ: $\sqrt{2}+2; -\sqrt{2}+2$</p> | <p>Задание 93. Решите неравенство $\frac{-10}{(x-3)^2-5} \geq 0$. Решение: $\frac{-10}{(x-3)^2-5} \geq 0$ $(x-3)^2-5 < 0$ $x^2-6x+9-5 < 0$ $x^2-6x+4 < 0$ $x^2-6x+4=0$ $D=36-4\cdot1\cdot4=36-16=20=5\cdot4=(2\sqrt{5})^2$ $x_1=(6+2\sqrt{5})/2=3+\sqrt{5}$ $x_2=(6-2\sqrt{5})/2=3-\sqrt{5}$  ОТВЕТ: $(3-\sqrt{5}; 3+\sqrt{5})$</p> | <p>Задание 96. Решите неравенство $\frac{-15}{(x+1)^2-3} \geq 0$. Решение: $\frac{-15}{(x+1)^2-3} \geq 0$ $(x+1)^2-3 < 0$ $x^2+2x+1-3 < 0$ $x^2+2x-2 < 0$ $x^2+2x-2=0$ $D=4-4\cdot1\cdot(-2)=4+8=12=3\cdot4=(2\sqrt{3})^2$ $x_1=(-2+2\sqrt{3})/2=-1+\sqrt{3}$ $x_2=(-2-2\sqrt{3})/2=-1-\sqrt{3}$  ОТВЕТ: $(-1-\sqrt{3}; -1+\sqrt{3})$</p> |
| <p>Задание 78. Решите уравнение $x(x^2+4x+4)=3(x+2)$. Решение: $x(x^2+4x+4)=3(x+2)$ $x(x^2+4x+4)-3(x+2)=0$ $x(x+2)^2-3(x+2)=0$ $(x+2)(x(x+2)-3)=0$ $(x+2)(x^2+2x-3)=0$ $x+2=0; x=-2$ $x^2+2x-3=0$ $D=2^2-4\cdot1\cdot(-3)=4+12=16=4^2$ $x_1=(-2+4)/2=2/2=1;$ $x_2=(-2-4)/2=-6/2=-3$ ОТВЕТ: -2; 1; -3</p> | <p>Задание 81. Решите уравнение $(x+2)^4-4(x+2)^2-5=0$. Решение: $(x+2)^4-4(x+2)^2-5=0$ Пусть $(x+2)^2=t, t>0$ $t^2-4t-5=0$ $D=(-4)^2-4\cdot1\cdot(-5)=36=6^2$ $t_1=(4+6)/2=10/2=5$ $t_2=(4-6)/2=-2/2=-1$ не уд. условию $(x+2)^2=5$ $x+2=\sqrt{5}; x=\sqrt{5}-2$ $x+2=-\sqrt{5}; x=-\sqrt{5}-2$ ОТВЕТ: $\sqrt{5}-2; -\sqrt{5}-2$</p> | <p>Задание 86. Решите уравнение $(x-3)^4-3(x-3)^2-10=0$. Решение: $(x-3)^4-3(x-3)^2-10=0$ Пусть $(x-3)^2=t, t>0$ $t^2-3t-10=0$ $D=(3)^2-4\cdot1\cdot(-10)=49=7^2$ $t_1=(3+7)/2=10/2=5$ $t_2=(3-7)/2=-4/2=-2$ не уд. условию $(x-3)^2=5$ $x-3=\sqrt{5}; x=\sqrt{5}+3$ $x-3=-\sqrt{5}; x=-\sqrt{5}+3$ ОТВЕТ: $\sqrt{5}+3; -\sqrt{5}+3$</p> | <p>Задание 91. Решите неравенство $\frac{-12}{(x-1)^2-2} \geq 0$. Решение: $\frac{-12}{(x-1)^2-2} \geq 0$ $(x-1)^2-2 < 0$ $x^2-2x+1-2 < 0$ $x^2-2x-1 < 0$ $x^2-2x-1=0$ $D=4-4\cdot1\cdot(-1)=4+4=8=2\cdot4=(2\sqrt{2})^2$ $x_1=(2+2\sqrt{2})/2=1+\sqrt{2}$ $x_2=(2-2\sqrt{2})/2=1-\sqrt{2}$  ОТВЕТ: $(1-\sqrt{2}; 1+\sqrt{2})$</p> | <p>Задание 94. Решите неравенство $\frac{-13}{(x-4)^2-6} \geq 0$. Решение: $\frac{-13}{(x-4)^2-6} \geq 0$ $(x-4)^2-6 < 0$ $x^2-8x+16-6 < 0$ $x^2-8x+10 < 0$ $x^2-8x+10=0$ $D=64-4\cdot1\cdot10=64-40=24=6\cdot4=(2\sqrt{6})^2$ $x_1=(8+2\sqrt{6})/2=4+\sqrt{6}$ $x_2=(8-2\sqrt{6})/2=4-\sqrt{6}$  ОТВЕТ: $(4-\sqrt{6}; 4+\sqrt{6})$</p> | <p>Задание 97. Решите неравенство $\frac{-16}{(x+2)^2-5} \geq 0$. Решение: $\frac{-16}{(x+2)^2-5} \geq 0$ $(x+2)^2-5 < 0$ $x^2+4x+4-5 < 0$ $x^2+4x-1 < 0$ $x^2+4x-1=0$ $D=16-4\cdot1\cdot(-1)=16+4=20=5\cdot4=(2\sqrt{5})^2$ $x_1=(-4+2\sqrt{5})/2=-2+\sqrt{5}$ $x_2=(-4-2\sqrt{5})/2=-2-\sqrt{5}$  ОТВЕТ: $(-2-\sqrt{5}; -2+\sqrt{5})$</p> |
| <p>Задание 79. Решите уравнение $(x-2)(x^2+2x+1)=4(x+1)$. Решение: $(x-2)(x^2+2x+1)=4(x+1)$ $(x-2)(x^2+2x+1)-4(x+1)=0$ $(x-2)(x+1)^2-4(x+1)=0$ $(x+1)((x-2)(x+1)-4)=0$ $(x+1)(x^2-2x+x-2-4)=0$ $(x+1)(x^2-x-6)=0$ $x+1=0; x=-1$ $x^2-x-6=0$ $D=(-1)^2-4\cdot1\cdot(-6)=1+24=25=5^2$ $x_1=(1+5)/2=6/2=3;$ $x_2=(1-5)/2=-4/2=-2$ ОТВЕТ: -1; 3; -2</p> | <p>Задание 82. Решите уравнение $(x+1)^4+(x+1)^2-6=0$. Решение: $(x+1)^4+(x+1)^2-6=0$ Пусть $(x+1)^2=t, t>0$ $t^2+t-6=0$ $D=1^2-4\cdot1\cdot(-6)=25=5^2$ $t_1=(-1+5)/2=4/2=2$ $t_2=(-1-5)/2=-6/2=-3$ не уд. условию $(x+1)^2=2$ $x+1=\sqrt{2}; x=\sqrt{2}-1$ $x+1=-\sqrt{2}; x=-\sqrt{2}-1$ ОТВЕТ: $\sqrt{2}-1; -\sqrt{2}-1$</p> | <p>Задание 87. Решите уравнение $(x+4)^4-6(x+4)^2-7=0$. Решение: $(x+4)^4-6(x+4)^2-7=0$ Пусть $(x+4)^2=t, t>0$ $t^2-6t-7=0$ $D=(-6)^2-4\cdot1\cdot(-7)=64=8^2$ $t_1=(6+8)/2=14/2=7$ $t_2=(6-8)/2=-2/2=-1$ не уд. условию $(x+4)^2=7$ $x+4=\sqrt{7}; x=\sqrt{7}-4$ $x+4=-\sqrt{7}; x=-\sqrt{7}-4$ ОТВЕТ: $\sqrt{7}-4; -\sqrt{7}-4$</p> | <p>Задание 92. Решите неравенство $\frac{-11}{(x-2)^2-3} \geq 0$. Решение: $\frac{-11}{(x-2)^2-3} \geq 0$ $(x-2)^2-3 < 0$ $x^2-4x+4-3 < 0$ $x^2-4x+1 < 0$ $x^2-4x+1=0$ $D=16-4\cdot1\cdot1=16-4=12=3\cdot4=(2\sqrt{3})^2$ $x_1=(4+2\sqrt{3})/2=2+\sqrt{3}$ $x_2=(4-2\sqrt{3})/2=2-\sqrt{3}$  ОТВЕТ: $(2-\sqrt{3}; 2+\sqrt{3})$</p> | <p>Задание 95. Решите неравенство $\frac{-14}{(x-5)^2-2} \geq 0$. Решение: $\frac{-14}{(x-5)^2-2} \geq 0$ $(x-5)^2-2 < 0$ $x^2-10x+25-2 < 0$ $x^2-10x+23 < 0$ $x^2-10x+23=0$ $D=100-4\cdot1\cdot23=100-92=8=2\cdot4=(2\sqrt{2})^2$ $x_1=(10+2\sqrt{2})/2=5+\sqrt{2}$ $x_2=(10-2\sqrt{2})/2=5-\sqrt{2}$  ОТВЕТ: $(5-\sqrt{2}; 5+\sqrt{2})$</p> | <p>Задание 98. Решите неравенство $\frac{-17}{(x+3)^2-7} \geq 0$. Решение: $\frac{-17}{(x+3)^2-7} \geq 0$ $(x+3)^2-7 < 0$ $x^2+6x+9-7 < 0$ $x^2+6x+2 < 0$ $x^2+6x+2=0$ $D=36-4\cdot1\cdot2=36-8=28=7\cdot4=(2\sqrt{7})^2$ $x_1=(-6+2\sqrt{7})/2=-3+\sqrt{7}$ $x_2=(-6-2\sqrt{7})/2=-3-\sqrt{7}$  ОТВЕТ: $(-3-\sqrt{7}; -3+\sqrt{7})$</p> |
| <p>Задание 83. Решите уравнение $(x+3)^4+2(x+3)^2-8=0$. Решение: $(x+3)^4+2(x+3)^2-8=0$ Пусть $(x+3)^2=t, t>0$ $t^2+2t-8=0$ $D=2^2-4\cdot1\cdot(-8)=36=6^2$ $t_1=(-2+6)/2=4/2=2$ $t_2=(-2-6)/2=-8/2=-4$ не уд. условию $(x+3)^2=2$ $x+3=\sqrt{2}; x=\sqrt{2}-3$ $x+3=-\sqrt{2}; x=-\sqrt{2}-3$ ОТВЕТ: $\sqrt{2}-3; -\sqrt{2}-3$</p> | <p>Задание 84. Решите уравнение $(x-1)^4-2(x-1)^2-3=0$. Решение: $(x-1)^4-2(x-1)^2-3=0$ Пусть $(x-1)^2=t, t>0$ $t^2-2t-3=0$ $D=(-2)^2-4\cdot1\cdot(-3)=16=4^2$ $t_1=(2+4)/2=6/2=3$ $t_2=(2-4)/2=-2/2=-1$ не уд. условию $(x-1)^2=3$ $x-1=\sqrt{3}; x=\sqrt{3}+1$ $x-1=-\sqrt{3}; x=-\sqrt{3}+1$ ОТВЕТ: $\sqrt{3}+1; -\sqrt{3}+1$</p> | <p>Задание 89. Решите уравнение $(x+2)^4+(x+2)^2-12=0$. Решение: $(x+2)^4+(x+2)^2-12=0$ Пусть $(x+2)^2=t, t>0$ $t^2+t-12=0$ $D=1^2-4\cdot1\cdot(-12)=49=7^2$ $t_1=(-1+7)/2=6/2=3$ $t_2=(-1-7)/2=-8/2=-4$ не уд. условию $(x+2)^2=3$ $x+2=\sqrt{3}; x=\sqrt{3}-2$ $x+2=-\sqrt{3}; x=-\sqrt{3}-2$ ОТВЕТ: $\sqrt{3}-2; -\sqrt{3}-2$</p> | <p>Задание 96. Решите уравнение $(x-2)^4+3(x-2)^2-10=0$. Решение: $(x-2)^4+3(x-2)^2-10=0$ Пусть $(x-2)^2=t, t>0$ $t^2+3t-10=0$ $D=(3)^2-4\cdot1\cdot(-10)=49=7^2$ $t_1=(-3+7)/2=4/2=2$ $t_2=(-3-7)/2=-10/2=-5$ не уд. условию $(x-2)^2=2$ $x-2=\sqrt{2}; x=\sqrt{2}+2$ $x-2=-\sqrt{2}; x=-\sqrt{2}+2$ ОТВЕТ: $\sqrt{2}+2; -\sqrt{2}+2$</p> | <p>Задание 93. Решите неравенство $\frac{-10}{(x-3)^2-5} \geq 0$. Решение: $\frac{-10}{(x-3)^2-5} \geq 0$ $(x-3)^2-5 < 0$ $x^2-6x+9-5 < 0$ $x^2-6x+4 < 0$ $x^2-6x+4=0$ $D=36-4\cdot1\cdot4=36-16=20=5\cdot4=(2\sqrt{5})^2$ $x_1=(6+2\sqrt{5})/2=3+\sqrt{5}$ $x_2=(6-2\sqrt{5})/2=3-\sqrt{5}$  ОТВЕТ: $(3-\sqrt{5}; 3+\sqrt{5})$</p> | <p>Задание 97. Решите неравенство $\frac{-16}{(x+2)^2-5} \geq 0$. Решение: $\frac{-16}{(x+2)^2-5} \geq 0$ $(x+2)^2-5 < 0$ $x^2+4x+4-5 < 0$ $x^2+4x-1 < 0$ $x^2+4x-1=0$ $D=16-4\cdot1\cdot(-1)=16+4=20=5\cdot4=(2\sqrt{5})^2$ $x_1=(-4+2\sqrt{5})/2=-2+\sqrt{5}$ $x_2=(-4-2\sqrt{5})/2=-2-\sqrt{5}$  ОТВЕТ: $(-2-\sqrt{5}; -2+\sqrt{5})$</p> |

Задание 99.
Решите неравенство $\frac{-18}{(x+4)^2-10} \geq 0$.

Решение:
 $\frac{-18}{(x+4)^2-10} \geq 0$
 $(x+4)^2-10 < 0$
 $x^2+8x+16-10 < 0$
 $x^2+8x+6 < 0$
 $x^2+8x+6=0$
 $D=64-4 \cdot 1 \cdot 6=64-24=40=10 \cdot 4=(2\sqrt{10})^2$

$$x_1 = (-8 + 2\sqrt{10}) / 2 = -4 + \sqrt{10}$$

$$x_2 = (-8 - 2\sqrt{10}) / 2 = -4 - \sqrt{10}$$



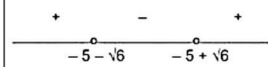
Ответ: $(-4 - \sqrt{10}; -4 + \sqrt{10})$

Задание 100.
Решите неравенство $\frac{-19}{(x+5)^2-6} \geq 0$.

Решение:
 $\frac{-19}{(x+5)^2-6} \geq 0$
 $(x+5)^2-6 < 0$
 $x^2+10x+25-6 < 0$
 $x^2+10x+19 < 0$
 $x^2+10x+19=0$
 $D=100-4 \cdot 1 \cdot 19=100-76=24=6 \cdot 4=(2\sqrt{6})^2$

$$x_1 = (-10 + 2\sqrt{6}) / 2 = -5 + \sqrt{6}$$

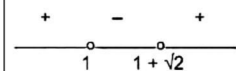
$$x_2 = (-10 - 2\sqrt{6}) / 2 = -5 - \sqrt{6}$$



Ответ: $(-5 - \sqrt{6}; -5 + \sqrt{6})$

Задание 101.
Решите неравенство $(x-1)^2 < \sqrt{2}(x-1)$.

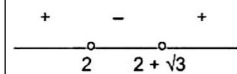
Решение:
 $(x-1)^2 < \sqrt{2}(x-1)$
 $(x-1)^2 - \sqrt{2}(x-1) < 0$
 $(x-1)(x-1-\sqrt{2}) < 0$
 $(x-1)(x-1-\sqrt{2})=0$
 $x-1=0$ или $x-1-\sqrt{2}=0$
 $x=1$ или $x=1+\sqrt{2}$



Ответ: $(1; 1 + \sqrt{2})$

Задание 102.
Решите неравенство $(x-2)^2 < \sqrt{3}(x-2)$.

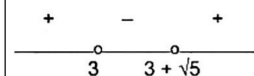
Решение:
 $(x-2)^2 < \sqrt{3}(x-2)$
 $(x-2)^2 - \sqrt{3}(x-2) < 0$
 $(x-2)(x-2-\sqrt{3}) < 0$
 $(x-2)(x-2-\sqrt{3})=0$
 $x-2=0$ или $x-2-\sqrt{3}=0$
 $x=2$ или $x=2+\sqrt{3}$



Ответ: $(2; 2 + \sqrt{3})$

Задание 103.
Решите неравенство $(x-3)^2 < \sqrt{5}(x-3)$.

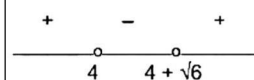
Решение:
 $(x-3)^2 < \sqrt{5}(x-3)$
 $(x-3)^2 - \sqrt{5}(x-3) < 0$
 $(x-3)(x-3-\sqrt{5}) < 0$
 $(x-3)(x-3-\sqrt{5})=0$
 $x-3=0$ или $x-3-\sqrt{5}=0$
 $x=3$ или $x=3+\sqrt{5}$



Ответ: $(3; 3 + \sqrt{5})$

Задание 104.
Решите неравенство $(x-4)^2 < \sqrt{6}(x-4)$.

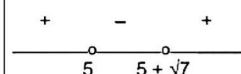
Решение:
 $(x-4)^2 < \sqrt{6}(x-4)$
 $(x-4)^2 - \sqrt{6}(x-4) < 0$
 $(x-4)(x-4-\sqrt{6}) < 0$
 $(x-4)(x-4-\sqrt{6})=0$
 $x-4=0$ или $x-4-\sqrt{6}=0$
 $x=4$ или $x=4+\sqrt{6}$



Ответ: $(4; 4 + \sqrt{6})$

Задание 105.
Решите неравенство $(x-5)^2 < \sqrt{7}(x-5)$.

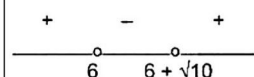
Решение:
 $(x-5)^2 < \sqrt{7}(x-5)$
 $(x-5)^2 - \sqrt{7}(x-5) < 0$
 $(x-5)(x-5-\sqrt{7}) < 0$
 $(x-5)(x-5-\sqrt{7})=0$
 $x-5=0$ или $x-5-\sqrt{7}=0$
 $x=5$ или $x=5+\sqrt{7}$



Ответ: $(5; 5 + \sqrt{7})$

Задание 106.
Решите неравенство $(x-6)^2 < \sqrt{10}(x-6)$.

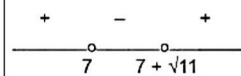
Решение:
 $(x-6)^2 < \sqrt{10}(x-6)$
 $(x-6)^2 - \sqrt{10}(x-6) < 0$
 $(x-6)(x-6-\sqrt{10}) < 0$
 $(x-6)(x-6-\sqrt{10})=0$
 $x-6=0$ или $x-6-\sqrt{10}=0$
 $x=6$ или $x=6+\sqrt{10}$



Ответ: $(6; 6 + \sqrt{10})$

Задание 107.
Решите неравенство $(x-7)^2 < \sqrt{11}(x-7)$.

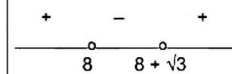
Решение:
 $(x-7)^2 < \sqrt{11}(x-7)$
 $(x-7)^2 - \sqrt{11}(x-7) < 0$
 $(x-7)(x-7-\sqrt{11}) < 0$
 $(x-7)(x-7-\sqrt{11})=0$
 $x-7=0$ или $x-7-\sqrt{11}=0$
 $x=7$ или $x=7+\sqrt{11}$



Ответ: $(7; 7 + \sqrt{11})$

Задание 108.
Решите неравенство $(x-8)^2 < \sqrt{3}(x-8)$.

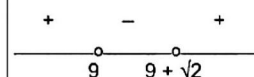
Решение:
 $(x-8)^2 < \sqrt{3}(x-8)$
 $(x-8)^2 - \sqrt{3}(x-8) < 0$
 $(x-8)(x-8-\sqrt{3}) < 0$
 $(x-8)(x-8-\sqrt{3})=0$
 $x-8=0$ или $x-8-\sqrt{3}=0$
 $x=8$ или $x=8+\sqrt{3}$



Ответ: $(8; 8 + \sqrt{3})$

Задание 109.
Решите неравенство $(x-9)^2 < \sqrt{2}(x-9)$.

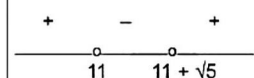
Решение:
 $(x-9)^2 < \sqrt{2}(x-9)$
 $(x-9)^2 - \sqrt{2}(x-9) < 0$
 $(x-9)(x-9-\sqrt{2}) < 0$
 $(x-9)(x-9-\sqrt{2})=0$
 $x-9=0$ или $x-9-\sqrt{2}=0$
 $x=9$ или $x=9+\sqrt{2}$



Ответ: $(9; 9 + \sqrt{2})$

Задание 110.
Решите неравенство $(x-11)^2 < \sqrt{5}(x-11)$.

Решение:
 $(x-11)^2 < \sqrt{5}(x-11)$
 $(x-11)^2 - \sqrt{5}(x-11) < 0$
 $(x-11)(x-11-\sqrt{5}) < 0$
 $(x-11)(x-11-\sqrt{5})=0$
 $x-11=0$ или $x-11-\sqrt{5}=0$
 $x=11$ или $x=11+\sqrt{5}$



Ответ: $(11; 11 + \sqrt{5})$

Задание 111.
Решите уравнение $x^4 = (x-20)^2$.

Решение:
 $x^4 = (x-20)^2$
 $x^4 - (x-20)^2 = 0$
 $(x^2 + (x-20))(x^2 - (x-20)) = 0$
 $(x^2 + x - 20)(x^2 - x + 20) = 0$
 $x^2 + x - 20 = 0$
 $D = (1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-20) = 81 = 9^2$
 $x_1 = (-1 + 9) / 2 = 8 / 2 = 4$
 $x_2 = (-1 - 9) / 2 = -10 / 2 = -5$
 $x^2 - x + 20 = 0$
 $D = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 20 = -79 < 0$ (нет корней)
ОТВЕТ: 4; -5

Задание 112.
Решите уравнение $x^4 = (2x-15)^2$.

Решение:
 $x^4 = (2x-15)^2$
 $x^4 - (2x-15)^2 = 0$
 $(x^2 + (2x-15))(x^2 - (2x-15)) = 0$
 $(x^2 + 2x - 15)(x^2 - 2x + 15) = 0$
 $x^2 + 2x - 15 = 0$
 $D = (2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-15) = 64 = 8^2$
 $x_1 = (-2 + 8) / 2 = 6 / 2 = 3$
 $x_2 = (-2 - 8) / 2 = -10 / 2 = -5$
 $x^2 - 2x + 15 = 0$
 $D = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 15 = -56 < 0$ (нет корней)
ОТВЕТ: 3; -5

Задание 113.
Решите уравнение $x^4 = (3x-10)^2$.

Решение:
 $x^4 = (3x-10)^2$
 $x^4 - (3x-10)^2 = 0$
 $(x^2 + (3x-10))(x^2 - (3x-10)) = 0$
 $(x^2 + 3x - 10)(x^2 - 3x + 10) = 0$
 $x^2 + 3x - 10 = 0$
 $D = (3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-10) = 49 = 7^2$
 $x_1 = (-3 + 7) / 2 = 4 / 2 = 2$
 $x_2 = (-3 - 7) / 2 = -10 / 2 = -5$
 $x^2 - 3x + 10 = 0$
 $D = (-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 10 = -29 < 0$ (нет корней)
ОТВЕТ: 2; -5

Задание 114.
Решите уравнение $x^4 = (4x-5)^2$.

Решение:
 $x^4 = (4x-5)^2$
 $x^4 - (4x-5)^2 = 0$
 $(x^2 + (4x-5))(x^2 - (4x-5)) = 0$
 $(x^2 + 4x - 5)(x^2 - 4x + 5) = 0$
 $x^2 + 4x - 5 = 0$
 $D = (4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-5) = 36 = 6^2$
 $x_1 = (-4 + 6) / 2 = 2 / 2 = 1$
 $x_2 = (-4 - 6) / 2 = -10 / 2 = -5$
 $x^2 - 4x + 5 = 0$
 $D = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 5 = -4 < 0$ (нет корней)
ОТВЕТ: 1; -5

Задание 115.
Решите уравнение $x^4 = (x-12)^2$.

Решение:
 $x^4 = (x-12)^2$
 $x^4 - (x-12)^2 = 0$
 $(x^2 + (x-12))(x^2 - (x-12)) = 0$
 $(x^2 + x - 12)(x^2 - x + 12) = 0$
 $x^2 + x - 12 = 0$
 $D = (1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-12) = 49 = 7^2$
 $x_1 = (-1 + 7) / 2 = 6 / 2 = 3$
 $x_2 = (-1 - 7) / 2 = -8 / 2 = -4$
 $x^2 - x + 12 = 0$
 $D = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 12 = -47 < 0$ (нет корней)
ОТВЕТ: 3; -4

Задание 116.
Решите уравнение $x^4 = (2x-8)^2$.

Решение:
 $x^4 = (2x-8)^2$
 $x^4 - (2x-8)^2 = 0$
 $(x^2 + (2x-8))(x^2 - (2x-8)) = 0$
 $(x^2 + 2x - 8)(x^2 - 2x + 8) = 0$
 $x^2 + 2x - 8 = 0$
 $D = (2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-8) = 36 = 6^2$
 $x_1 = (-2 + 6) / 2 = 4 / 2 = 2$
 $x_2 = (-2 - 6) / 2 = -8 / 2 = -4$
 $x^2 - 2x + 8 = 0$
 $D = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 8 = -28 < 0$ (нет корней)
ОТВЕТ: 2; -4

Задание 117.
Решите уравнение $x^4 = (3x-4)^2$.

Решение:
 $x^4 = (3x-4)^2$
 $x^4 - (3x-4)^2 = 0$
 $(x^2 + (3x-4))(x^2 - (3x-4)) = 0$
 $(x^2 + 3x - 4)(x^2 - 3x + 4) = 0$
 $x^2 + 3x - 4 = 0$
 $D = (3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-4) = 25 = 5^2$
 $x_1 = (-3 + 5) / 2 = 2 / 2 = 1$
 $x_2 = (-3 - 5) / 2 = -8 / 2 = -4$
 $x^2 - 3x + 4 = 0$
 $D = (-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 = -7 < 0$ (нет корней)
ОТВЕТ: 1; -4

Задание 118.
Решите уравнение $x^4 = (x-6)^2$.

Решение:
 $x^4 = (x-6)^2$
 $x^4 - (x-6)^2 = 0$
 $(x^2 + (x-6))(x^2 - (x-6)) = 0$
 $(x^2 + x - 6)(x^2 - x + 6) = 0$
 $x^2 + x - 6 = 0$
 $D = (1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-6) = 25 = 5^2$
 $x_1 = (-1 + 5) / 2 = 4 / 2 = 2$
 $x_2 = (-1 - 5) / 2 = -6 / 2 = -3$
 $x^2 - x + 6 = 0$
 $D = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6 = -23 < 0$ (нет корней)
ОТВЕТ: 2; -3

Задание 119.
Решите уравнение $x^4 = (2x-3)^2$.

Решение:
 $x^4 = (2x-3)^2$
 $x^4 - (2x-3)^2 = 0$
 $(x^2 + (2x-3))(x^2 - (2x-3)) = 0$
 $(x^2 + 2x - 3)(x^2 - 2x + 3) = 0$
 $x^2 + 2x - 3 = 0$
 $D = (2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-3) = 16 = 4^2$
 $x_1 = (-2 + 4) / 2 = 2 / 2 = 1$
 $x_2 = (-2 - 4) / 2 = -6 / 2 = -3$
 $x^2 - 2x + 3 = 0$
 $D = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3 = -4 < 0$ (нет корней)
ОТВЕТ: 1; -3

Задание 120.
Решите уравнение $x^4 = (x-2)^2$.

Решение:
 $x^4 = (x-2)^2$
 $x^4 - (x-2)^2 = 0$
 $(x^2 + (x-2))(x^2 - (x-2)) = 0$
 $(x^2 + x - 2)(x^2 - x + 2) = 0$
 $x^2 + x - 2 = 0$
 $D = (1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2) = 9 = 3^2$
 $x_1 = (-1 + 3) / 2 = 2 / 2 = 1$
 $x_2 = (-1 - 3) / 2 = -4 / 2 = -2$
 $x^2 - x + 2 = 0$
 $D = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2 = -7 < 0$ (нет корней)
ОТВЕТ: 1; -2

| | | | | | |
|--|--|--|---|--|---|
| <p>Задание 121. Решите систему уравнений $\begin{cases} 3x^2 + y = 4, \\ 2x^2 - y = 1. \end{cases}$</p> <p>Решение: Сложим эти равенства почленно и получим: $5x^2 = 5$ $x^2 = 1$ $x_1 = 1; x_2 = -1$ Вычислим значения y, подставив полученные значения x в любое из уравнений: $2 \cdot (1)^2 - y = 1; 2 - y = 1; -y = -1; y_1 = 1$ $2 \cdot (-1)^2 - y = 1; 2 - y = 1; -y = -1; y_2 = 1$ ОТВЕТ: (1;1), (-1;1).</p> | <p>Задание 126. Решите систему уравнений $\begin{cases} x^2 + y = 7, \\ 2x^2 - y = 5. \end{cases}$</p> <p>Решение: Сложим эти равенства почленно и получим: $3x^2 = 12$ $x^2 = 4$ $x_1 = 2; x_2 = -2$ Вычислим значения y, подставив полученные значения x в любое из уравнений: $2 \cdot (2)^2 - y = 5; 8 - y = 5; -y = -3; y_1 = 3$ $2 \cdot (-2)^2 - y = 5; 8 - y = 5; -y = -3; y_2 = 3$ ОТВЕТ: (2;3), (-2;3).</p> | <p>Задание 131. Решите систему уравнений $\begin{cases} 3x^2 - 2x = y, \\ 3x - 2 = y. \end{cases}$</p> <p>Решение: Подставим в первое уравнение вместо y выражение $3x - 2$. $3x^2 - 2x = 3x - 2$ $x(3x - 2) - (3x - 2) = 0$ $(3x - 2)(x - 1) = 0$ $3x - 2 = 0; x_1 = 2/3$ $x - 1 = 0; x_2 = 1$ Вычислим значения y, подставив полученные значения x в любое из уравнений: $3 \cdot (2/3) - 2 = y; y_1 = 0$ $3 \cdot 1 - 2 = y; y_2 = 1$ ОТВЕТ: (2/3;0), (1;1).</p> | <p>Задание 135. Решите систему уравнений $\begin{cases} 4x^2 - 3x = y, \\ 8x - 6 = y. \end{cases}$</p> <p>Решение: Подставим в первое уравнение вместо y выражение $8x - 6$. $4x^2 - 3x = 8x - 6$ $4x^2 - 11x + 6 = 0$ $D = (-11)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 6 = 121 - 96 = 25 = 5^2$ $x_1 = (11 + 5)/8 = 16/8 = 2$ $x_2 = (11 - 5)/8 = 6/8 = 0.75$ Вычислим значения y, подставив полученные значения x в любое из уравнений: $8 \cdot 2 - 6 = y; y_1 = 10$ $8 \cdot (0.75) - 6 = y; y_2 = 0$ ОТВЕТ: (2;10), (0,75;0).</p> | <p>Задание 139. Решите систему уравнений $\begin{cases} 7x^2 - 5x = y, \\ 7x - 5 = y. \end{cases}$</p> <p>Решение: Подставим в первое уравнение вместо y выражение $7x - 5$. $7x^2 - 5x = 7x - 5$ $x(7x - 5) - (7x - 5) = 0$ $(7x - 5)(x - 1) = 0$ $7x - 5 = 0; x_1 = 5/7$ $x - 1 = 0; x_2 = 1$ Вычислим значения y, подставив полученные значения x в любое из уравнений: $7 \cdot (5/7) - 5 = y; y_1 = 0$ $7 \cdot 1 - 5 = y; y_2 = 2$ ОТВЕТ: (5/7;0), (1;2).</p> | <p>Задание 143. Решите систему уравнений $\begin{cases} x^2 + 3y^2 = 31, \\ 2x^2 + 6y^2 = 31x. \end{cases}$</p> <p>Решение: Домножим первое уравнение на 2 и получим: $\begin{cases} 2x^2 + 6y^2 = 62 \\ 2x^2 + 6y^2 = 31x \end{cases}$ Видим, что левые части в первом и втором уравнении равны, а значит, равны и их правые части, то есть $62 = 31x; x = 2$ Подставим x в первое уравнение: $2^2 + 3y^2 = 31$ $4 + 3y^2 = 31$ $3y^2 = 27$ $y^2 = 9$ $y_1 = 3; y_2 = -3$ ОТВЕТ: (2;3), (2;-3).</p> |
| <p>Задание 122. Решите систему уравнений $\begin{cases} 2x^2 + y = 4, \\ 4x^2 - y = 2. \end{cases}$</p> <p>Решение: Сложим эти равенства почленно и получим: $6x^2 = 6$ $x^2 = 1$ $x_1 = 1; x_2 = -1$ Вычислим значения y, подставив полученные значения x в любое из уравнений: $4 \cdot (1)^2 - y = 2; 4 - y = 2; -y = -2; y_1 = 2$ $4 \cdot (-1)^2 - y = 2; 4 - y = 2; -y = -2; y_2 = 2$ ОТВЕТ: (1;2), (-1;2).</p> | <p>Задание 127. Решите систему уравнений $\begin{cases} 3x^2 + y = 9, \\ 7x^2 - y = 1. \end{cases}$</p> <p>Решение: Сложим эти равенства почленно и получим: $10x^2 = 10$ $x^2 = 1$ $x_1 = 1; x_2 = -1$ Вычислим значения y, подставив полученные значения x в любое из уравнений: $7 \cdot (1)^2 - y = 1; 7 - y = 1; -y = -6; y_1 = 6$ $7 \cdot (-1)^2 - y = 1; 7 - y = 1; -y = -6; y_2 = 6$ ОТВЕТ: (1;6), (-1;6).</p> | <p>Задание 132. Решите систему уравнений $\begin{cases} 3x^2 - 4x = y, \\ 3x - 4 = y. \end{cases}$</p> <p>Решение: Подставим в первое уравнение вместо y выражение $3x - 4$. $3x^2 - 4x = 3x - 4$ $x(3x - 4) - (3x - 4) = 0$ $(3x - 4)(x - 1) = 0$ $3x - 4 = 0; x_1 = 4/3$ $x - 1 = 0; x_2 = 1$ Вычислим значения y, подставив полученные значения x в любое из уравнений: $3 \cdot (4/3) - 4 = y; y_1 = 0$ $3 \cdot 1 - 4 = y; y_2 = -1$ ОТВЕТ: (4/3;0), (1;-1).</p> | <p>Задание 136. Решите систему уравнений $\begin{cases} 4x^2 - 5x = y, \\ 8x - 10 = y. \end{cases}$</p> <p>Решение: Подставим в первое уравнение вместо y выражение $8x - 10$. $4x^2 - 5x = 8x - 10$ $4x^2 - 13x + 10 = 0$ $D = (-13)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 10 = 169 - 160 = 9 = 3^2$ $x_1 = (13 + 3)/8 = 16/8 = 2$ $x_2 = (13 - 3)/8 = 10/8 = 1.25$ Вычислим значения y, подставив полученные значения x в любое из уравнений: $8 \cdot 2 - 10 = y; y_1 = 6$ $8 \cdot (1.25) - 10 = y; y_2 = 0$ ОТВЕТ: (2;6), (1,25;0).</p> | <p>Задание 140. Решите систему уравнений $\begin{cases} 9x^2 - 14x = y, \\ 9x - 14 = y. \end{cases}$</p> <p>Решение: Подставим в первое уравнение вместо y выражение $9x - 14$. $9x^2 - 14x = 9x - 14$ $x(9x - 14) - (9x - 14) = 0$ $(9x - 14)(x - 1) = 0$ $9x - 14 = 0; x_1 = 14/9$ $x - 1 = 0; x_2 = 1$ Вычислим значения y, подставив полученные значения x в любое из уравнений: $9 \cdot (14/9) - 14 = y; y_1 = 0$ $9 \cdot 1 - 14 = y; y_2 = -5$ ОТВЕТ: (14/9;0), (1;-5).</p> | <p>Задание 144. Решите систему уравнений $\begin{cases} 5x^2 + y^2 = 36, \\ 10x^2 + 2y^2 = 36x. \end{cases}$</p> <p>Решение: Домножим первое уравнение на 2 и получим: $\begin{cases} 10x^2 + 2y^2 = 72 \\ 10x^2 + 2y^2 = 36x \end{cases}$ Видим, что левые части в первом и втором уравнении равны, а значит, равны и их правые части, то есть $72 = 36x; x = 2$ Подставим x в первое уравнение: $5 \cdot 2^2 + y^2 = 36$ $20 + y^2 = 36$ $y^2 = 16$ $y_1 = 4; y_2 = -4$ ОТВЕТ: (2;4), (2;-4).</p> |
| <p>Задание 123. Решите систему уравнений $\begin{cases} 3x^2 + y = 6, \\ 4x^2 - y = 1. \end{cases}$</p> <p>Решение: Сложим эти равенства почленно и получим: $7x^2 = 7$ $x^2 = 1$ $x_1 = 1; x_2 = -1$ Вычислим значения y, подставив полученные значения x в любое из уравнений: $4 \cdot (1)^2 - y = 1; 4 - y = 1; -y = -3; y_1 = 3$ $4 \cdot (-1)^2 - y = 1; 4 - y = 1; -y = -3; y_2 = 3$ ОТВЕТ: (1;3), (-1;3).</p> | <p>Задание 128. Решите систему уравнений $\begin{cases} 5x^2 + y = 12, \\ 9x^2 - y = 2. \end{cases}$</p> <p>Решение: Сложим эти равенства почленно и получим: $14x^2 = 14$ $x^2 = 1$ $x_1 = 1; x_2 = -1$ Вычислим значения y, подставив полученные значения x в любое из уравнений: $9 \cdot (1)^2 - y = 2; 9 - y = 2; -y = -7; y_1 = 7$ $9 \cdot (-1)^2 - y = 2; 9 - y = 2; -y = -7; y_2 = 7$ ОТВЕТ: (1;7), (-1;7).</p> | <p>Задание 133. Решите систему уравнений $\begin{cases} 2x^2 - 5x = y, \\ 2x - 5 = y. \end{cases}$</p> <p>Решение: Подставим в первое уравнение вместо y выражение $2x - 5$. $2x^2 - 5x = 2x - 5$ $x(2x - 5) - (2x - 5) = 0$ $(2x - 5)(x - 1) = 0$ $2x - 5 = 0; x_1 = 2.5$ $x - 1 = 0; x_2 = 1$ Вычислим значения y, подставив полученные значения x в любое из уравнений: $2 \cdot (2.5) - 5 = y; y_1 = 0$ $2 \cdot 1 - 5 = y; y_2 = -3$ ОТВЕТ: (2,5;0), (1;-3).</p> | <p>Задание 137. Решите систему уравнений $\begin{cases} 5x^2 - 9x = y, \\ 5x - 9 = y. \end{cases}$</p> <p>Решение: Подставим в первое уравнение вместо y выражение $5x - 9$. $5x^2 - 9x = 5x - 9$ $x(5x - 9) - (5x - 9) = 0$ $(5x - 9)(x - 1) = 0$ $5x - 9 = 0; x_1 = 1.8$ $x - 1 = 0; x_2 = 1$ Вычислим значения y, подставив полученные значения x в любое из уравнений: $5 \cdot (1.8) - 9 = y; y_1 = 0$ $5 \cdot 1 - 9 = y; y_2 = -4$ ОТВЕТ: (1,8;0), (1;-4).</p> | <p>Задание 141. Решите систему уравнений $\begin{cases} 2x^2 + 3y^2 = 11, \\ 4x^2 + 6y^2 = 11x. \end{cases}$</p> <p>Решение: Домножим первое уравнение на 2 и получим: $\begin{cases} 4x^2 + 6y^2 = 22 \\ 4x^2 + 6y^2 = 11x \end{cases}$ Видим, что левые части в первом и втором уравнении равны, а значит, равны и их правые части, то есть $22 = 11x; x = 2$ Подставим x в первое уравнение: $2 \cdot 2^2 + 3y^2 = 11$ $8 + 3y^2 = 11$ $3y^2 = 3$ $y^2 = 1$ $y_1 = 1; y_2 = -1$ ОТВЕТ: (2;1), (2;-1).</p> | <p>Задание 145. Решите систему уравнений $\begin{cases} 2x^2 + 3y^2 = 21, \\ 6x^2 + 9y^2 = 21x. \end{cases}$</p> <p>Решение: Домножим первое уравнение на 3 и получим: $\begin{cases} 6x^2 + 9y^2 = 63 \\ 6x^2 + 9y^2 = 21x \end{cases}$ Видим, что левые части в первом и втором уравнении равны, а значит, равны и их правые части, то есть $63 = 21x; x = 3$ Подставим x в первое уравнение: $2 \cdot 3^2 + 3y^2 = 21$ $18 + 3y^2 = 21$ $3y^2 = 3$ $y^2 = 1$ $y_1 = 1; y_2 = -1$ ОТВЕТ: (3;1), (3;-1).</p> |
| <p>Задание 124. Решите систему уравнений $\begin{cases} x^2 + y = 5, \\ 6x^2 - y = 2. \end{cases}$</p> <p>Решение: Сложим эти равенства почленно и получим: $7x^2 = 7$ $x^2 = 1$ $x_1 = 1; x_2 = -1$ Вычислим значения y, подставив полученные значения x в любое из уравнений: $6 \cdot (1)^2 - y = 2; 6 - y = 2; -y = -4; y_1 = 4$ $6 \cdot (-1)^2 - y = 2; 6 - y = 2; -y = -4; y_2 = 4$ ОТВЕТ: (1;4), (-1;4).</p> | <p>Задание 129. Решите систему уравнений $\begin{cases} 6x^2 + y = 14, \\ 12x^2 - y = 4. \end{cases}$</p> <p>Решение: Сложим эти равенства почленно и получим: $18x^2 = 18$ $x^2 = 1$ $x_1 = 1; x_2 = -1$ Вычислим значения y, подставив полученные значения x в любое из уравнений: $12 \cdot (1)^2 - y = 4; 12 - y = 4; -y = -8; y_1 = 8$ $12 \cdot (-1)^2 - y = 4; 12 - y = 4; -y = -8; y_2 = 8$ ОТВЕТ: (1;8), (-1;8).</p> | <p>Задание 134. Решите систему уравнений $\begin{cases} 2x^2 - x = y, \\ 2x - 1 = y. \end{cases}$</p> <p>Решение: Подставим в первое уравнение вместо y выражение $2x - 1$. $2x^2 - x = 2x - 1$ $x(2x - 1) - (2x - 1) = 0$ $(2x - 1)(x - 1) = 0$ $2x - 1 = 0; x_1 = 0.5$ $x - 1 = 0; x_2 = 1$ Вычислим значения y, подставив полученные значения x в любое из уравнений: $2 \cdot (0.5) - 1 = y; y_1 = 0$ $2 \cdot 1 - 1 = y; y_2 = 1$ ОТВЕТ: (0,5;0), (1;1).</p> | <p>Задание 138. Решите систему уравнений $\begin{cases} 5x^2 - 11x = y, \\ 5x - 11 = y. \end{cases}$</p> <p>Решение: Подставим в первое уравнение вместо y выражение $5x - 11$. $5x^2 - 11x = 5x - 11$ $x(5x - 11) - (5x - 11) = 0$ $(5x - 11)(x - 1) = 0$ $5x - 11 = 0; x_1 = 2.2$ $x - 1 = 0; x_2 = 1$ Вычислим значения y, подставив полученные значения x в любое из уравнений: $5 \cdot (2.2) - 11 = y; y_1 = 0$ $5 \cdot 1 - 11 = y; y_2 = -6$ ОТВЕТ: (2,2;0), (1;-6).</p> | <p>Задание 142. Решите систему уравнений $\begin{cases} 2x^2 + 4y^2 = 24, \\ 4x^2 + 8y^2 = 24x. \end{cases}$</p> <p>Решение: Домножим первое уравнение на 2 и получим: $\begin{cases} 4x^2 + 8y^2 = 48 \\ 4x^2 + 8y^2 = 24x \end{cases}$ Видим, что левые части в первом и втором уравнении равны, а значит, равны и их правые части, то есть $48 = 24x; x = 2$ Подставим x в первое уравнение: $2 \cdot 2^2 + 4y^2 = 24$ $8 + 4y^2 = 24$ $4y^2 = 16$ $y^2 = 4$ $y_1 = 2; y_2 = -2$ ОТВЕТ: (2;2), (2;-2).</p> | <p>Задание 146. Решите систему уравнений $\begin{cases} x^2 + 4y^2 = 25, \\ 3x^2 + 12y^2 = 25x. \end{cases}$</p> <p>Решение: Домножим первое уравнение на 3 и получим: $\begin{cases} 3x^2 + 12y^2 = 75 \\ 3x^2 + 12y^2 = 25x \end{cases}$ Видим, что левые части в первом и втором уравнении равны, а значит, равны и их правые части, то есть $75 = 25x; x = 3$ Подставим x в первое уравнение: $3^2 + 4y^2 = 25$ $9 + 4y^2 = 25$ $4y^2 = 16$ $y^2 = 4$ $y_1 = 2; y_2 = -2$ ОТВЕТ: (3;2), (3;-2).</p> |

Задание 147.

Решите систему уравнений $\begin{cases} 3x^2 + 2y^2 = 45, \\ 9x^2 + 6y^2 = 45x. \end{cases}$

Решение:

Домножим первое уравнение на 3 и получим:

$$\begin{cases} 9x^2 + 6y^2 = 135 \\ 9x^2 + 6y^2 = 45x \end{cases}$$

Видим, что левые части в первом и втором уравнении равны, а значит, равны и их правые части, то есть

$$135 = 45x; x = 3$$

Подставим x в первое уравнение:

$$3 \cdot 3^2 + 2y^2 = 45$$

$$27 + 2y^2 = 45$$

$$2y^2 = 18$$

$$y^2 = 9$$

$$y_1 = 3; y_2 = -3$$

ОТВЕТ: (3;3) , (3;-3).

Задание 148.

Решите систему уравнений $\begin{cases} 5x^2 + y^2 = 61, \\ 15x^2 + 3y^2 = 61x. \end{cases}$

Решение:

Домножим первое уравнение на 3 и получим:

$$\begin{cases} 15x^2 + 3y^2 = 183 \\ 15x^2 + 3y^2 = 61x \end{cases}$$

Видим, что левые части в первом и втором уравнении равны, а значит, равны и их правые части, то есть

$$183 = 61x; x = 3$$

Подставим x в первое уравнение:

$$5 \cdot 3^2 + y^2 = 61$$

$$45 + y^2 = 61$$

$$y^2 = 16$$

$$y_1 = 4; y_2 = -4$$

ОТВЕТ: (3;4) , (3;-4).

Задание 149.

Решите систему уравнений $\begin{cases} 3x^2 + 2y^2 = 50, \\ 12x^2 + 8y^2 = 50x. \end{cases}$

Решение:

Домножим первое уравнение на 4 и получим:

$$\begin{cases} 12x^2 + 8y^2 = 200 \\ 12x^2 + 8y^2 = 50x \end{cases}$$

Видим, что левые части в первом и втором уравнении равны, а значит, равны и их правые части, то есть

$$200 = 50x; x = 4$$

Подставим x в первое уравнение:

$$3 \cdot 4^2 + 2y^2 = 50$$

$$48 + 2y^2 = 50$$

$$2y^2 = 2$$

$$y^2 = 1$$

$$y_1 = 1; y_2 = -1$$

ОТВЕТ: (4;1) , (4;-1).

Задание 150.

Решите систему уравнений $\begin{cases} 2x^2 + y^2 = 36, \\ 8x^2 + 4y^2 = 36x. \end{cases}$

Решение:

Домножим первое уравнение на 4 и получим:

$$\begin{cases} 8x^2 + 4y^2 = 144 \\ 8x^2 + 4y^2 = 36x \end{cases}$$

Видим, что левые части в первом и втором уравнении равны, а значит, равны и их правые части, то есть

$$144 = 36x; x = 4$$

Подставим x в первое уравнение:

$$2 \cdot 4^2 + y^2 = 36$$

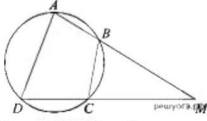
$$32 + y^2 = 36$$

$$y^2 = 4$$

$$y_1 = 2; y_2 = -2$$

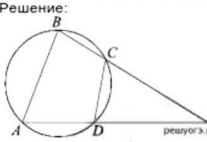
ОТВЕТ: (4;2) , (4;-2).

1. Известно, что около четырёхугольника ABCD можно описать окружность и что продолжения сторон AB и CD четырёхугольника пересекаются в точке M. Докажите, что треугольники MBC и MDA подобны.
Решение:



Поскольку четырёхугольник ABCD вписанный, сумма углов $\angle BAD$ и $\angle BCD$ равна 180° . Следовательно, $\angle MCB = 180^\circ - \angle BCD = \angle BAD$. Получаем, что в треугольниках MBC и MDA углы $\angle MCB$ и $\angle MAD$ равны, угол M общий, следовательно, эти треугольники подобны.

2. Известно, что около четырёхугольника ABCD можно описать окружность и что продолжения сторон AD и BC четырёхугольника пересекаются в точке K. Докажите, что треугольники KAB и KCD подобны.
Решение:



Поскольку четырёхугольник ABCD вписанный, сумма углов $\angle ABC$ и $\angle ADC$ равна 180° . Следовательно, $\angle KDC = 180^\circ - \angle ADC = \angle ABC$. Получаем, что в треугольниках KAB и KCD углы $\angle ABK$ и $\angle CDK$ равны, угол K общий, следовательно, эти треугольники подобны.

3.1 Основания BC и AD трапеции ABCD равны соответственно 5 и 20, $BD=10$. Докажите, что треугольники CBD и BDA подобны.

3.2 Основания BC и AD трапеции ABCD равны соответственно 4,5 и 18, $BD=9$. Докажите, что треугольники CBD и BDA подобны.

3.3 Основания BC и AD трапеции ABCD равны соответственно 3 и 12, $BD=6$. Докажите, что треугольники CBD и BDA подобны.

3.4 Основания BC и AD трапеции ABCD равны соответственно 4 и 64, $BD=16$. Докажите, что треугольники CBD и BDA подобны.

3.5 Основания BC и AD трапеции ABCD равны соответственно 5 и 45, $BD=15$. Докажите, что треугольники CBD и BDA подобны.

3.6 Основания BC и AD трапеции ABCD равны соответственно 6 и 24, $BD=12$. Докажите, что треугольники CBD и BDA подобны.

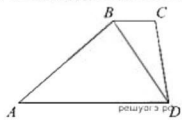
3.7 Основания BC и AD трапеции ABCD равны соответственно 7 и 28, $BD=14$. Докажите, что треугольники CBD и BDA подобны.

3.8 Основания BC и AD трапеции ABCD равны соответственно 8 и 32, $BD=16$. Докажите, что треугольники CBD и BDA подобны.

3.9 Основания BC и AD трапеции ABCD равны соответственно 9 и 36, $BD=18$. Докажите, что треугольники CBD и BDA подобны.

3.10 Основания BC и AD трапеции ABCD равны соответственно 2 и 32, $BD=8$. Докажите, что треугольники CBD и BDA подобны.

Решение для задач 3.1-3.10:

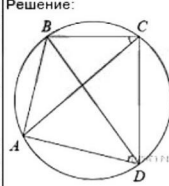


Углы CBD и BDA равны, как накрест лежащие при параллельных прямых.

В треугольниках CBD и ADB:
 $\frac{BC}{BD} = \frac{BD}{AD}$

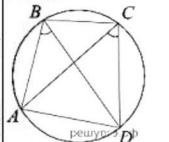
Следовательно, эти треугольники подобны по двум парам пропорциональных сторон и углу между ними.

4. В выпуклом четырёхугольнике ABCD углы $\angle BCA$ и $\angle BDA$ равны. Докажите, что углы $\angle ABD$ и $\angle ACD$ также равны.
Решение:



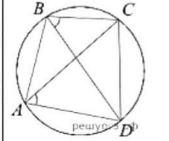
Вспользуемся теоремой: если отрезок AB виден из точек C и D, лежащих по одну сторону от прямой AB, под одним и тем же углом, то точки A, B, C, D лежат на одной окружности (см. рис.). А тогда $\angle ABD = \angle ACD$ как вписанные углы, опирающиеся на одну дугу AD. Что и требовалось доказать.

5. В выпуклом четырёхугольнике ABCD углы $\angle ABD$ и $\angle ACD$ равны. Докажите, что углы $\angle DAC$ и $\angle DBC$ также равны.



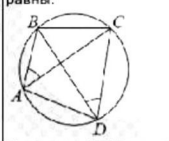
Поскольку ABCD выпуклый и $\angle ABD = \angle ACD$, получаем, что около четырёхугольника ABCD можно описать окружность. А тогда $\angle DAC = \angle DBC$ как вписанные углы, опирающиеся на одну дугу CD.

6. В выпуклом четырёхугольнике ABCD углы $\angle DAC$ и $\angle DBC$ равны. Докажите, что углы $\angle CDB$ и $\angle CAB$ также равны.



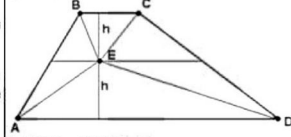
Поскольку ABCD выпуклый и $\angle DAC = \angle DBC$, получаем, что около четырёхугольника ABCD можно описать окружность. А тогда $\angle CDB = \angle CAB$ как вписанные углы, опирающиеся на одну дугу BC.

7. В выпуклом четырёхугольнике ABCD углы $\angle CDB$ и $\angle CAB$ равны. Докажите, что углы $\angle BSA$ и $\angle BDA$ также равны.



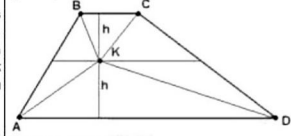
Поскольку ABCD выпуклый и $\angle CDB = \angle CAB$, получаем, что около четырёхугольника ABCD можно описать окружность. А тогда $\angle BSA = \angle BDA$ как вписанные углы, опирающиеся на одну дугу AB.

8. На средней линии трапеции ABCD с основаниями AD и BC выбрали произвольную точку E. Докажите, что сумма площадей треугольников BEC и AED равна половине площади трапеции.



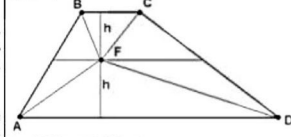
$$\begin{aligned} S_{\triangle BCE} &= \frac{1}{2} BC \cdot h \\ S_{\triangle AED} &= \frac{1}{2} AD \cdot h \\ S_{\triangle BCE} + S_{\triangle AED} &= \frac{1}{2} AD \cdot h + \frac{1}{2} BC \cdot h = \frac{1}{2} h (AD + BC) \\ S_{\text{трапеции}} &= \frac{1}{2} (AD + BC) \cdot 2h \\ S_{\text{трапеции}} &= 2 (S_{\triangle BCE} + S_{\triangle AED}) \end{aligned}$$

9. На средней линии трапеции ABCD с основаниями AD и BC выбрали произвольную точку K. Докажите, что сумма площадей треугольников BKC и AKD равна половине площади трапеции.



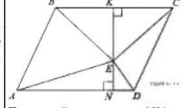
$$\begin{aligned} S_{\triangle BCK} &= \frac{1}{2} BC \cdot h \\ S_{\triangle AKD} &= \frac{1}{2} AD \cdot h \\ S_{\triangle BCK} + S_{\triangle AKD} &= \frac{1}{2} AD \cdot h + \frac{1}{2} BC \cdot h = \frac{1}{2} h (AD + BC) \\ S_{\text{трапеции}} &= \frac{1}{2} (AD + BC) \cdot 2h \\ S_{\text{трапеции}} &= 2 (S_{\triangle BCK} + S_{\triangle AKD}) \end{aligned}$$

10. На средней линии трапеции ABCD с основаниями AD и BC выбрали произвольную точку F. Докажите, что сумма площадей треугольников BFC и AFD равна половине площади трапеции.



$$\begin{aligned} S_{\triangle BCF} &= \frac{1}{2} BC \cdot h \\ S_{\triangle AFD} &= \frac{1}{2} AD \cdot h \\ S_{\triangle BCF} + S_{\triangle AFD} &= \frac{1}{2} AD \cdot h + \frac{1}{2} BC \cdot h = \frac{1}{2} h (AD + BC) \\ S_{\text{трапеции}} &= \frac{1}{2} (AD + BC) \cdot 2h \\ S_{\text{трапеции}} &= 2 (S_{\triangle BCF} + S_{\triangle AFD}) \end{aligned}$$

11. Внутри параллелограмма ABCD выбрали произвольную точку E. Докажите, что сумма площадей треугольников BEC и AED равна половине площади параллелограмма.



Проведём отрезок KN перпендикулярный сторонам AD и BC, проходящий через точку E. Площадь параллелограмма $S_{ABCD} = AD \cdot KN$. Площадь треугольника AED: $S_{AED} = \frac{1}{2} EN \cdot AD$. Площадь треугольника BEC: $S_{BEC} = \frac{1}{2} EK \cdot BC = \frac{1}{2} EK \cdot AD$. Получаем, что сумма площадей треугольников AED и BEC равна:

$$\begin{aligned} S_{AED} + S_{BEC} &= \frac{1}{2} EN \cdot AD + \frac{1}{2} EK \cdot AD = \\ &= \frac{1}{2} AD (EN + EK) = \frac{1}{2} AD \cdot KN = \frac{1}{2} S_{ABCD}. \end{aligned}$$

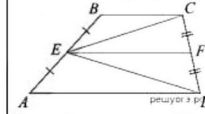
12. Внутри параллелограмма ABCD выбрали произвольную точку F. Докажите, что сумма площадей треугольников BFC и AFD равна половине площади параллелограмма.



Проведём через точку F прямые, параллельные сторонам параллелограмма, пересекающие его стороны AB, BC, CD и AD в точках K, L, M и N соответственно. Эти прямые делят параллелограмм ABCD на четыре параллелограмма. Поскольку диагональ делит параллелограмм на два равных треугольника, получаем

$$\begin{aligned} S_{BFC} + S_{AFD} &= S_{BFL} + S_{LFC} + S_{AFN} + S_{FND} = \\ &= \frac{1}{2} S_{BFLK} + \frac{1}{2} S_{LCMF} + \frac{1}{2} S_{ANFK} + \frac{1}{2} S_{NFMD} = \\ &= \frac{1}{2} (S_{BFLK} + S_{LCMF} + S_{ANFK} + S_{NFMD}) = \frac{1}{2} S_{ABCD}. \end{aligned}$$

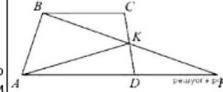
13. Точка E — середина боковой стороны AB трапеции ABCD. Докажите, что площадь треугольника ECD равна половине площади трапеции.



Проведём отрезок EF параллельно основаниям трапеции, точка F лежит на стороне CD. Отрезок EF — средняя линия трапеции ABCD, значит, высоты треугольников EFD и CEF, проведённые к стороне EF, равны между собой и равны половине высоты трапеции h. Имеем

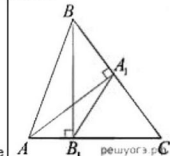
$$\begin{aligned} S_{CED} &= S_{EFD} + S_{CEF} = \frac{1}{2} \cdot \frac{h}{2} \cdot EF + \frac{1}{2} \cdot \frac{h}{2} \cdot EF = \\ &= \frac{1}{2} h \cdot EF = \frac{1}{2} h \cdot \frac{1}{2} (AD + BC) = \frac{1}{2} S_{ABCD}. \end{aligned}$$

14. Точка K — середина боковой стороны CD трапеции ABCD. Докажите, что площадь треугольника KAB равна половине площади трапеции.



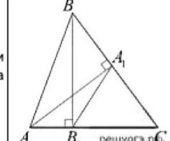
Продолжим BK до пересечения с прямой AD в точке F. Заметим, что в треугольниках FDK и BCK стороны CK и DK равны по условию, углы при вершине K равны как вертикальные, а углы KDF и KCB равны как накрест лежащие. Значит, треугольники FDK и BCK равны. Следовательно, их площади равны, то есть площадь трапеции равна площади треугольника ABF. Но из равенства треугольников также вытекает, что $FK = BK$, то есть AK — медиана в треугольнике ABF. Тогда треугольник KAB по площади составит половину треугольника FAB, а значит, и данной трапеции.

15. В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты AA_1 и BB_1 . Докажите, что углы $\angle AA_1B_1$ и $\angle ABB_1$ равны.



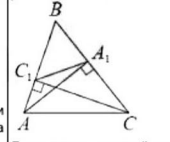
Диагонали четырёхугольника AB_1A_1B пересекаются, значит, он является выпуклым. Поскольку $\angle AB_1B = \angle AA_1B = 90^\circ$, около четырёхугольника AB_1A_1B можно описать окружность. Следовательно, углы $\angle AA_1B_1$ и $\angle ABB_1$ равны как вписанные углы, опирающиеся на одну дугу BA_1 .

16. В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты AA_1 и BB_1 . Докажите, что углы $\angle BB_1A_1$ и $\angle BAA_1$ равны.



Диагонали четырёхугольника AB_1A_1B пересекаются, значит, он является выпуклым. Поскольку $\angle AB_1B = \angle AA_1B = 90^\circ$, около четырёхугольника AB_1A_1B можно описать окружность. Следовательно, углы $\angle BB_1A_1$ и $\angle BAA_1$ равны как вписанные углы, опирающиеся на одну дугу BA_1 .

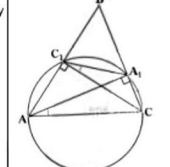
17. В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты AA_1 и CC_1 . Докажите, что углы $\angle AA_1C_1$ и $\angle ACC_1$ равны.



Диагонали четырёхугольника AC_1A_1C пересекаются, значит, он является выпуклым. Поскольку $\angle AC_1C = \angle AA_1C = 90^\circ$, около четырёхугольника AC_1A_1C можно описать окружность. Следовательно, углы $\angle AA_1C_1$ и $\angle ACC_1$ равны как вписанные углы, опирающиеся на одну дугу AC_1 .

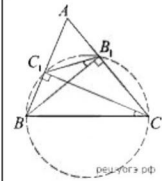
18. В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты AA_1 и CC_1 . Докажите, что углы $\angle CC_1A_1$ и $\angle CAA_1$ равны.
Решение:

Если отрезок AC виден из точек A_1 и C_1 , лежащих по одну сторону от прямой AC, под одним и тем же углом (90° градусо), то точки A, C, A_1 , C_1 лежат на одной окружности:



Тогда углы $\angle CC_1A_1$ и $\angle CAA_1$ вписанные в окружность, опираются на одну и ту же дугу A_1C , значит они равны: углы $\angle AA_1C_1$ и $\angle ACC_1$ равны.

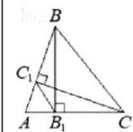
19. В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты BB_1 и CC_1 . Докажите, что углы BB_1C_1 и BCC_1 равны.



Треугольники CB_1B_1 и CC_1B_1 имеют общую гипотенузу BC . Поэтому точки C, B, C_1, B_1 лежат на одной окружности. Углы BB_1C_1 и BCC_1 опираются на одну дугу, и поэтому равны.

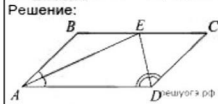
20. В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты BB_1 и CC_1 . Докажите, что углы CC_1B_1 и CB_1B_1 равны.

Решение: Диагонали четырёхугольника CB_1C_1B пересекаются, значит, он является выпуклым.



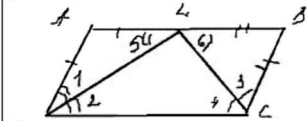
Поскольку $\angle CB_1B_1 = \angle CC_1B_1 = 90^\circ$, около четырёхугольника CB_1C_1B можно описать окружность. Следовательно, углы CC_1B_1 и CB_1B_1 равны как вписанные углы, опирающиеся на одну дугу CB_1 .

21. Биссектрисы углов A и D параллелограмма ABCD пересекаются в точке K, лежащей на стороне BC. Докажите, что K — середина BC.



По определению параллелограмма $BC \parallel AD$, AE — секущая при параллельных прямых, следовательно, углы $\angle BEA$ и $\angle EAD$ равны как накрест лежащие. Поскольку $\angle BEA = \angle BAE$, треугольник ABE — равнобедренный, откуда $AB = BE$. Аналогично, треугольник CED — равнобедренный и $EC = CD$. Стороны AB и CD равны, как противоположные стороны параллелограмма, следовательно: $AB = BE = EC = CD$. Таким образом, точка E — середина стороны BC .

22. Биссектрисы углов C и D параллелограмма ABCD пересекаются в точке L, лежащей на стороне AB. Докажите, что L — середина AB.



1) По условию, DL — биссектриса. Из этого следует, $\angle 1 = \angle 2$.
Так как $AB \parallel CD$, следует, что $\angle 2 = \angle 5$

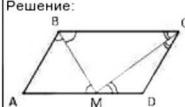
Из этих двух условий следует, что $\angle 1 = \angle 5$, а значит, треугольник DAL — равнобедренный, значит $DA = AL$

2) CL — биссектриса, значит $\angle 3 = \angle 4$
Так как $AB \parallel CD$, следует, что $\angle 4 = \angle 6$

Из этих двух условий следует, что $\angle 3 = \angle 6$, а значит, треугольник LBC — равнобедренный, значит $CB = LB$

3) Так как $AL = LB$ — параллелограмм, из этого следует, $AD = BC = AL = LB$, значит L — середина AB .

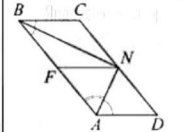
23. Биссектрисы углов B и C параллелограмма ABCD пересекаются в точке M, лежащей на стороне AD. Докажите, что M — середина AD.



Так как $ABCD$ — параллелограмм, то стороны $BC \parallel AD$ и $AB \parallel DC$. Из этого положения следует равенство углов $\angle CBM = \angle AMB$ и $\angle CBM = \angle CDM$. Так как BM — биссектриса, то равны и углы $\angle ABM = \angle CDM$. Из равенства двух углов при основании BM следует, что треугольник ABM — равнобедренный, с равными сторонами $AB = AM$. Аналогично для треугольника CMD , у которого углы при основании CM равны, следовательно, он равнобедренный и $CD = MD$. Учитывая, что $ABCD$ — параллелограмм, у которого стороны $AB = CD$, то автоматически следует, что и $AM = MD$, то есть точка M — середина отрезка AD . Положение доказано.

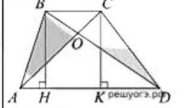
24. Биссектрисы углов A и B параллелограмма ABCD пересекаются в точке N, лежащей на стороне CD. Докажите, что N — середина CD.

Решение: Пусть прямая NF параллельна стороне AD (точка N лежит на стороне CD), тогда в параллелограммах $AFND$ и $BCNF$ диагонали делят соответствующие углы пополам, значит, эти параллелограммы — ромбы.



Получаем, что $CN = NF = ND$, т. е. точка N — середина CD .

25. В трапеции ABCD с основаниями AD и BC диагонали пересекаются в точке O. Докажите, что площади треугольников AOB и COD равны.



Проведём высоты BH и CK , они равны. Площадь треугольника ABD равна $1/2 AD \cdot BH$. Площадь треугольника CAD равна $1/2 AD \cdot CK$. Поскольку высоты BH и CK равны, равны и площади треугольников ABD и CAD . Покажем, что площади треугольников AOB и COD равны:

$$S_{AOB} = S_{ABD} - S_{AOD} = S_{CAD} - S_{AOD} = S_{COD}.$$

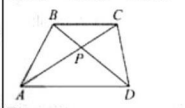
26. В трапеции ABCD с основаниями AD и BC диагонали пересекаются в точке P. Докажите, что площади треугольников APB и CPD равны.

Решение: Точки B и C равноудалены от прямой AD значит,

$$S_{ABD} = S_{ACD}.$$

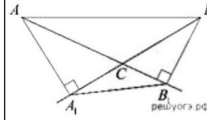
Тогда

$$S_{APB} = S_{ABD} - S_{APD} = S_{ACD} - S_{APD} = S_{CPD}.$$



Получаем, что площади треугольников APB и CPD равны.

27. В треугольнике ABC с тупым углом ACB проведены высоты AA_1 и BB_1 . Докажите, что треугольники A_1CB_1 и ACB подобны.

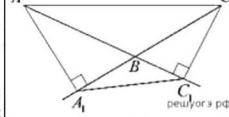


Треугольники ACA_1 и BCB_1 подобны по двум углам, поскольку $\angle AA_1C = \angle BB_1C = 90^\circ$, $\angle ACA_1 = \angle BCB_1$ равны как вертикальные. Следовательно,

$$\frac{AC}{BC} = \frac{A_1C}{B_1C}.$$

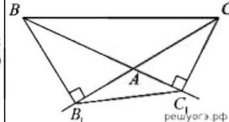
Углы ACB и A_1CB_1 равны как вертикальные, следовательно, треугольники A_1CB_1 и ACB подобны по отношению двух сторон, заключающих равные углы.

28. В треугольнике ABC с тупым углом ABC проведены высоты AA_1 и CC_1 . Докажите, что треугольники A_1BC_1 и ABC подобны.



Поскольку угол ABC тупой, основания высот будут лежать на продолжениях сторон. Так как диагонали четырёхугольника AA_1C_1C пересекаются, он выпуклый, а поскольку $\angle AA_1C = \angle CC_1A = 90^\circ$ градусов, около него можно описать окружность. Тогда $\angle AC_1A_1 = \angle ACA_1$ как вписанные углы, опирающиеся на дугу AA_1 , а $\angle CA_1C_1 = \angle CAC_1$ как вписанные углы, опирающиеся на дугу CC_1 . Значит, указанные треугольники подобны по двум углам.

29. В треугольнике ABC с тупым углом BAC проведены высоты BB_1 и CC_1 . Докажите, что треугольники AB_1C_1 и ABC подобны.



Углы B_1BA и ACC_1 равны как углы с взаимно перпендикулярными сторонами. Рассмотрим треугольники B_1AB и ACC_1 , они прямоугольные, углы B_1BA и ACC_1 равны, следовательно, эти треугольники подобны, откуда

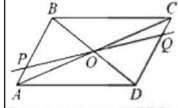
$$\frac{AC}{AB} = \frac{C_1A}{B_1A} = \frac{CC_1}{BB_1}.$$

Рассмотрим треугольники AB_1C_1 и ABC углы B_1AC_1 и BAC равны как вертикальные.

$$\frac{AC}{AB} = \frac{C_1A}{B_1A},$$

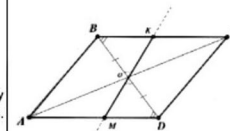
следовательно, эти треугольники подобны.

30. Через точку O пересечения диагоналей параллелограмма ABCD проведена прямая, пересекающая стороны AB и CD в точках P и Q соответственно. Докажите, что отрезки BP и DQ равны.



В треугольниках BPO и DQO стороны BO и DO равны по свойству диагоналей параллелограмма, угол PBO равен углу QDO как накрест лежащие углы при параллельных прямых AB и CD и секущей BD , а угол POB равен углу QOD как вертикальные углы. Значит, треугольники BPO и DQO равны по стороне и двум прилежащим к ней углам. Следовательно, отрезки BP и DQ равны.

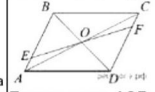
31. Через точку O пересечения диагоналей параллелограмма ABCD проведена прямая, пересекающая стороны BC и AD в точках K и M соответственно. Докажите, что отрезки BK и DM равны.



Пусть $ABCD$ — параллелограмм. Точка O — точка пересечения диагонали. Рассмотрим треугольники BKO и DMO :

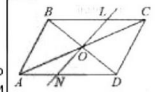
- $BO = DO$ (диаг. параллел. точкой перес. дел. пополам).
- $\angle BOK = \angle DOM$ — вертикальные,
- $\angle KBO = \angle MDO$ — накрест лежащие $\implies \triangle BKO = \triangle DMO$ по второму признаку $\implies BK = DM$

32. Через точку O пересечения диагоналей параллелограмма ABCD проведена прямая, пересекающая стороны AB и CD в точках E и F соответственно. Докажите, что отрезки AE и CF равны.



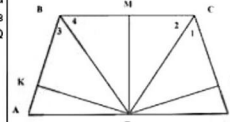
Треугольники AOE и COF равны по стороне и двум прилежащим к ней углам: $AO = CO$, поскольку диагонали параллелограмма точкой пересечения делятся пополам, $\angle AOE = \angle COF$ как вертикальные, $\angle OAE = \angle OCF$ как накрест лежащие углы при пересечении параллельных прямых AB и CD секущей AC . Из равенства треугольников следует равенство их соответственных сторон: $AE = CF$. Что и требовалось доказать.

33. Через точку O пересечения диагоналей параллелограмма ABCD проведена прямая, пересекающая стороны BC и AD в точках L и N соответственно. Докажите, что отрезки CL и AN равны.



В треугольниках CLO и ANO :
 $CO = AO$ (диагонали параллелограмма)
 $\angle LCO = \angle ANO$ (накрест лежащие углы)
 $\angle LCO = \angle ANO$ (вертикальные углы)
Следовательно, треугольники CLO и ANO равны по первому признаку равенства треугольников. Значит, $CL = AN$.

34. Биссектрисы углов B и C трапеции ABCD пересекаются в точке O, лежащей на стороне AD. Докажите, что точка O равноудалена от прямых AB, BC и CD.



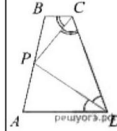
По условию задачи BO и CO биссектрисы углов B и C , то $\angle 1 = \angle 2$; $\angle 3 = \angle 4$.

От точки O опустим перпендикуляры к сторонам AB , BC и CD : $KO \perp AB$; $MO \perp BC$; $LO \perp CD$. Тогда KO ; MO ; EO — расстояния от точки O до прямых AB , BC и CD .

Докажем, что $KO = MO = EO$.

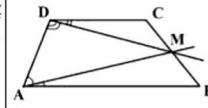
- $\triangle KBO = \triangle MBO$ (прямоугольные треугольники равны по острому углу $\angle 3 = \angle 4$ и гипотенузе BO — общая) $\implies KO = MO$.
- $\triangle MCO = \triangle LCO$ (прямоугольные треугольники равны по острому углу $\angle 1 = \angle 2$ и гипотенузе CO — общая) $\implies MO = EO$.
- $KO = MO$; $MO = EO \implies KO = EO = KO$

35. Биссектрисы углов C и D трапеции ABCD пересекаются в точке P, лежащей на стороне AB. Докажите, что точка P равноудалена от прямых BC, CD и AD.



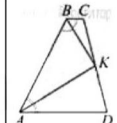
По свойству биссектрисы угла точка P равноудалена от прямых AD и CD (так как лежит на биссектрисе угла D) и равноудалена от прямых BC и CD (так как лежит на биссектрисе угла C). Значит, точка P равноудалена от всех трёх указанных прямых.

36. Биссектрисы углов A и D трапеции ABCD пересекаются в точке M, лежащей на стороне BC. Докажите, что точка M равноудалена от прямых AB, AD и CD.



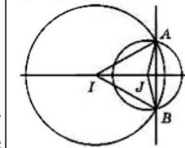
Рассмотрим $\angle DAB$
 AM — биссектриса $\angle DAB$, $M \in AM$
По теореме: каждая точка биссектрисы неразвернутого угла равноудалена от его сторон: M равноудалена от AD и AB
Рассмотрим $\angle ADC$
 DM — биссектриса $\angle ADC$, $M \in DM$
По теореме: каждая точка биссектрисы неразвернутого угла равноудалена от его сторон: M равноудалена от AD и CD
Следовательно, M равноудалена от AB , AD , CD

37. Биссектрисы углов A и B трапеции ABCD пересекаются в точке K, лежащей на стороне CD. Докажите, что точка K равноудалена от прямых AB, BC и AD.



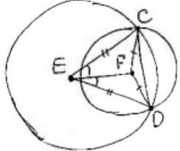
Точка K принадлежит биссектрисе угла ABC значит, эта точка равноудалена от прямых AB и BC .
Точка K принадлежит биссектрисе угла BAD значит, эта точка равноудалена от прямых AB и AD .
Получаем, что точка K равноудалена от всех трёх прямых: AB , BC и AD .

38. Окружности с центрами в точках I и J пересекаются в точках A и B, причём точки I и J лежат по одну сторону от прямой AB. Докажите, что прямые AB и IJ перпендикулярны.



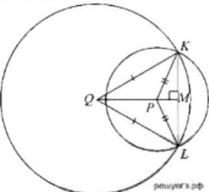
Точка I равноудалена от точек A и B , поэтому эта точка лежит на серединном перпендикуляре к отрезку AB . Аналогично, точка J лежит на серединном перпендикуляре к отрезку AB . Значит, прямая, содержащая точки I и J , является серединным перпендикуляром к отрезку AB .
Следовательно, прямые IJ и AB перпендикулярны.

39. Окружности с центрами в точках E и F пересекаются в точках C и D, причём точки E и F лежат по одну сторону от прямой CD. Докажите, что прямые CD и EF перпендикулярны.



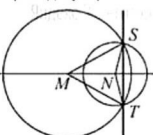
Треугольник CEF равен треугольнику DEF по трем сторонам, т.к. CE=DE (как радиусы одной окружности), EF – общая сторона (см. рисунок ниже). Тогда углы $\angle CEF = \angle DEF$. Рассмотрим треугольник CED – равнобедренный. EF – биссектриса угла E, следовательно, EF – высота и CD и EF перпендикулярны.

40. Окружности с центрами в точках P и Q пересекаются в точках K и L, причём точки P и Q лежат по одну сторону от прямой KL. Докажите, что прямые PQ и KL перпендикулярны.



Проведём медиану QM. Стороны KQ и LQ равны как радиусы окружности, поэтому треугольник KQL – равнобедренный, следовательно, медиана QM является также высотой. Проведём медиану PM. Стороны KP и LP равны как радиусы окружности, поэтому треугольник KLP – равнобедренный, следовательно, медиана PM является также высотой. Прямые QM и PM перпендикулярны одной и той же прямой KL, следовательно, они параллельны. Эти прямые проходят через одну и ту же точку M, значит, они совпадают. Таким образом, прямая KL перпендикулярна прямой PQ.

41. Окружности с центрами в точках M и N пересекаются в точках S и T, причём точки M и N лежат по одну сторону от прямой ST. Докажите, что прямые MN и ST перпендикулярны.



Точка M равноудалена от точек S и T поэтому эта точка лежит на серединном перпендикуляре к отрезку ST. Точка N равноудалена от точек S и T поэтому эта точка также лежит на серединном перпендикуляре к отрезку ST. Значит, прямая MN является серединным перпендикуляром к отрезку ST, т.е. прямые MN и ST перпендикулярны.

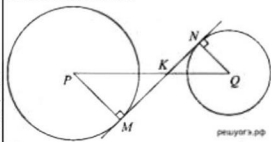
42. Окружности с центрами в точках I и J не имеют общих точек, и ни одна из них не лежит внутри другой. Внутренняя общая касательная к этим окружностям делит отрезок, соединяющий их центры, в отношении m:n. Докажите, что диаметры этих окружностей относятся как m:n.



Пусть A и B – точки касания окружностей с общей касательной. O – точка пересечения прямых IJ и AB (см. рисунок). Тогда $\angle IAO = 90^\circ$ и $\angle JBO = 90^\circ$ как углы между касательной и радиусами, проведёнными в точки касания, $\angle AOI = \angle BOJ$ как вертикальные углы, поэтому прямоугольные треугольники AOI и BOJ подобны.

Следовательно, $\frac{IA}{JB} = \frac{IO}{JO} = \frac{m}{n}$, значит, радиусы окружностей с центрами в точках I и J относятся как m:n. Таким образом, и диаметры этих окружностей относятся как m:n.

43. Окружности с центрами в точках P и Q не имеют общих точек, и ни одна из них не лежит внутри другой. Внутренняя общая касательная к этим окружностям делит отрезок, соединяющий их центры, в отношении a:b. Докажите, что диаметры этих окружностей относятся как a:b.

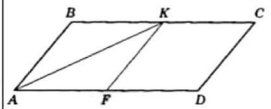


Проведём построения и введём обозначения, как показано на рисунке. Пусть

$$\frac{PK}{QK} = \frac{a}{b}$$

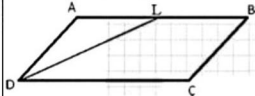
Рассмотрим треугольники PKM и QKN, они прямоугольные, углы PKM и NKQ равны как вертикальные, следовательно, треугольники подобны, откуда $\frac{PM}{QN} = \frac{PK}{QK} = \frac{a}{b}$. Отношение радиусов равно отношению диаметров.

44. Сторона BC параллелограмма ABCD вдвое больше стороны AB. Точка K – середина стороны BC. Докажите, что AK – биссектриса угла BAD.



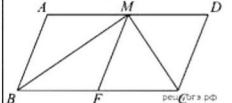
Проведём прямую KF параллельно стороне AB (см. рисунок). Поскольку BK = KC = AB, параллелограмм ABKF является ромбом, поэтому диагональ AK ромба ABKF делит угол BAF пополам. Значит, AK – биссектриса угла BAD.

45. Сторона AB параллелограмма ABCD вдвое больше стороны AD. Точка L – середина стороны AB. Докажите, что DL – биссектриса угла ADC.



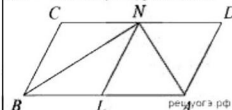
Рассмотрим треугольник ALD. AL вдвое меньше AB (по условию задачи). AD тоже вдвое меньше AB (по условию задачи), следовательно: AL=AD. Т.е. данный треугольник равнобедренный. По свойству равнобедренного треугольника $\angle ADL = \angle LDC$ (т.к. это накрест-лежащие углы). Получается, что $\angle ADL = \angle LDC$. Следовательно, DL – биссектриса.

46. Сторона AD параллелограмма ABCD вдвое больше стороны CD. Точка M – середина стороны AD. Докажите, что CM – биссектриса угла BCD.



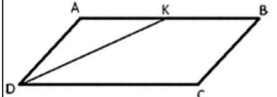
Проведём FM параллельно AB (см. рисунок). Тогда CD = AM = MD. Следовательно, параллелограмм DCFM является ромбом. Диагональ CM ромба DCFM является биссектрисой угла BCD.

47. Сторона CD параллелограмма ABCD вдвое больше стороны AD. Точка N – середина стороны CD. Докажите, что AN – биссектриса угла BAD.



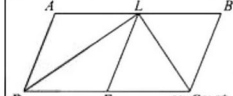
Проведём LN параллельно AD (см. рис.). Тогда AL = AD = ND. Следовательно, параллелограмм ADNL является ромбом. Диагональ AN ромба ADNL является биссектрисой угла BAD.

48. Сторона BC параллелограмма ABCD вдвое больше стороны CD. Точка K – середина стороны BC. Докажите, что DK – биссектриса угла ADC.



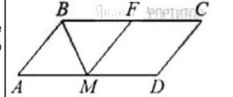
Рассмотрим треугольник AKD. AK=AD (по условию задачи), следовательно данный треугольник равнобедренный. По свойству равнобедренного треугольника $\angle ADK = \angle KDC$ (т.к. это накрест-лежащие углы). Получается, что $\angle ADK = \angle KDC$. Следовательно DK – биссектриса.

49. Сторона AB параллелограмма ABCD вдвое больше стороны BC. Точка L – середина стороны AB. Докажите, что CL – биссектриса угла BCD.



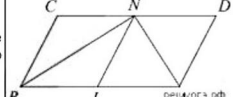
Проведём прямую LF параллельно стороне AD (см. рисунок). Поскольку BL = LA = BC, параллелограмм BCLF является ромбом, поэтому диагональ CL ромба BCLF делит угол BCF пополам. Значит, CL – биссектриса угла BCD.

50. Сторона AD параллелограмма ABCD вдвое больше стороны AB. Точка M – середина стороны AD. Докажите, что BM – биссектриса угла ABC.



Проведём прямую MF параллельно стороне AB. Так как AM=MD=AB, параллелограмм ABFM – ромб, значит, его диагональ BM делит $\angle ABF$ пополам. Получаем, что BM – биссектриса $\angle ABC$.

51. Сторона CD параллелограмма ABCD вдвое больше стороны BC. Точка N – середина стороны CD. Докажите, что BN – биссектриса угла ABC.



Проведём LN параллельно AD (см. рис.). Тогда LB = BC = CN. Следовательно, параллелограмм BCNL является ромбом. Диагональ BN ромба BCNL является биссектрисой угла ABC.